



## ЛИЦЕЙ НИУ ВШЭ

Вторая часть комплексного теста

**Примерные задачи для устного собеседования  
ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЙ НАБОР (10 класс) 2019 ДЕМО  
для направления «Математика»**

1. На окружности имеются синие и красные точки. Разрешается добавить или убрать красную точку и поменять цвета ее соседей. Менее двух точек оставлять не разрешается. Пусть первоначально были две точки: одна красная и одна синяя точки. Можно ли через 100 операций получить ровно 50 красных точек?

2. Костя написал два числа, не содержащих в записи нулей, и заменил цифры буквами (разные цифры — разными буквами). Оказалось, что число КРОКОДИЛЛ делится на 312. Докажите, что число ГОРИЛЛА не делится на 392.

3. Дан выпуклый четырехугольник  $ABCD$ , в котором  $AD+BC = CD$ . Биссектрисы углов  $\angle BCD$  и  $\angle CDA$  пересекаются в точке  $S$ . Докажите, что  $AS = BS$ .

4. Будем называть  $n$ -цепочкой число, которое можно получить из чисел от 1 до  $n$ , написав их друг за другом в некотором порядке без пробелов. Например, возможный вариант 11-цепочки: 3764581121910. Для какого наименьшего  $n > 1$  существует  $n$ -цепочка, являющаяся палиндромом? Напомним, что палиндром — это число, читающееся одинаково слева направо и справа налево, например, 12321. Палиндром не может начинаться с нуля.

5. В каждой клетке таблицы  $4 \times 4$  записано целое число. Может ли так оказаться, что все 8 сумм по строкам и по столбцам будут различными степенями двойки?

6. Каждую грань кубика разбили на четыре одинаковых квадрата, а затем раскрасили эти квадраты в несколько цветов так, что квадраты, имеющие общую сторону, оказались окрашенными в различные цвета. Какое наибольшее количество квадратов одного цвета могло получиться?

7. Прямоугольник с целыми длинами сторон разбит на двенадцать квадратов со следующими длинами сторон: 2, 2, 3, 3, 5, 5, 7, 7, 8, 8, 9, 9. Каков периметр прямоугольника?

8. Рассмотрим прямоугольник из 2 строк и 2019 столбцов. Нужно закрасить каждую клетку в один из трех цветов так, чтобы соседние по стороне клетки были разных цветов. Сколько существует различных раскрасок?

9. В трапеции  $ABCD$  точки  $M$  и  $N$  являются серединами оснований  $AB$  и  $CD$  соответственно. Точка  $P$  принадлежит отрезку  $MN$ . Докажите, что площади треугольников  $ADP$  и  $BCP$  равны.

10. Точка  $D$  лежит на дуге  $BC$  описанной окружности равностороннего треугольника  $ABC$ , не содержащей точки  $A$ . Точка  $E$  симметрична  $B$  относительно прямой  $CD$ . Докажите, что точки  $A, D$  и  $E$  лежат на одной прямой.