

Билет 1.

Вопрос 13.

Определения: острый угол, тупой угол, прямой угол

Теорема о сумме углов треугольника

Следствие: Острые углы треугольника

Теорема о внешнем угле треугольника (про сумму)

Теорема о сумме углов n -угольника

Вопрос 24.

Определение: ортоцентр

Теорема о пересечении высот треугольника

Теорема об окружностях, проходящих через основания двух высот треугольника

Окружность 4 точек (Эйлера)

Задачи

1. Дан четырехугольник $ABCD$, в котором $\angle BAC = \angle BDC$, $\angle CAD = \angle ADB$. Докажите, что $AB=CD$.
2. На одной стороне угла с вершиной M взяли точки A и B , а на другой – C и D , причем отрезки BC и AD пересекаются в точке O . Известно, что $BO = OD$ и $\angle OBM = \angle ODM$. Докажите, что точка O принадлежит биссектрисе угла M , используя материал не далее II признака равенства треугольников.

Билет 2.

Вопрос 10.

Теорема о неравенстве треугольника

Следствия: 1) Разность сторон 2) О трех точках на прямой

Теорема неравенство «резинки»

Вопрос 16.

Определения: срединный перпендикуляр, описанная окружность

Критерий срединного перпендикуляра к отрезку

Теорема о пересечении срединных перпендикуляров треугольника

Теорема о существовании и центре описанной вокруг треугольника окружности

Задачи

1. В четырехугольнике два противоположных угла прямые, а соединяющая их диагональ делится пополам другой диагональю. Докажите, что эти диагонали либо равны, либо перпендикулярны.
2. Докажите, что два треугольника равны по двум сторонам и медиане, проведенной к третьей стороне.

Билет 3.

Вопрос 1.

Определения: угол, отрезок, луч, параллельные прямые

9 аксиом по учебнику Погорелова

Теорема о пересечении прямой сторон треугольника

Вопрос 20.

Определения: хорда, дуга окружности, касательная, градусная мера дуги

Теорема об угле между касательной и хордой

Теорема о вписанных углах по одну сторону от хорды

Теорема о вписанных углах по разные стороны от хорды

Теорема об угле между пересекающимися хордами

Задачи

1. Докажите, что в любом неравностороннем треугольнике биссектриса и серединный перпендикуляр к противоположной стороне пересекаются вне треугольника.
2. В треугольнике ABC взята произвольная точка O . Докажите, что $\angle AOC > \angle ABC$.

Билет 4.

Вопрос 9.

Определение: внешний угол треугольника

Теорема о том, что внешний угол треугольника больше двух не смежных с ним и 2 ее следствия

Теорема о соотношении между сторонами и углами треугольника и ее следствие

(без использования суммы углов треугольника)

Вопрос 25.

Определения: Ломаная. Многоугольник. Вершины, стороны, диагонали мн-ка. Выпуклые многоугольники. Параллелограмм.

Свойство параллелограмма о равных сторонах

Свойство параллелограмма о равных углах

Свойство параллелограмма о диагоналях

Свойство параллелограмма о сумме соседних углов

Задачи

1. Биссектрисы углов A и C треугольника ABC пересекаются в точке O . Угол ABC равен α . Найдите угол AOC .
2. Дана окружность, хорда AB этой окружности и прямая a . Постройте хорду этой окружности, параллельную данной прямой, так, чтобы она делилась хордой AB пополам.

Билет 5.

Вопрос 18.

Определения: касающиеся окружности (внешним и внутренним образом), концентрические окружности, пересекающиеся окружности

Теоремы о расстоянии между центрами двух окружностей

Вопрос 26.

Определения: Многоугольник. Вершины, стороны, диагонали мн-ка.

Признак параллелограмма по равным сторонам

Признак параллелограмма по равным углам

Признак параллелограмма по диагоналям

Признак параллелограмма по сумме соседних углов

Признак параллелограмма по равенству и параллельности двух противоположных сторон

Задачи

1. Одна сторона треугольника равна 4, а длины двух других его сторон относятся как 3:5.

Докажите, что периметр треугольника меньше 20.

2. Высота делит сторону неравнобедренного треугольника на два отрезка. Докажите, что меньший из них прилегает к большему углу треугольника.

Билет 6.

Вопрос 3.

Определения: треугольник, равенство треугольников

Три признака равенства треугольников

Вопрос 21.

Определения: хорда, дуга окружности, градусная мера дуги

Теорема об равных вписанных углах и равенстве хорд

Теорема о дугах окружности заключенных между параллельными прямыми

Теорема о прямых высекающих на окружности равные дуги

Теорема о равных дугах в окружности

Теорема о равных хордах в окружности

Задачи

1. Дан четырехугольник $ABCD$. Где находится такая точка O , что $AO = CO$, $BO = DO$? Сколько может быть таких точек?

2. На сторонах AB и BC треугольника ABC взяли произвольные точки M и K , причем отрезки AK и CM пересекаются в точке O . Докажите, что $\angle AMC + \angle AKC > \angle AOC$.

Билет 7.

Вопрос 5.

Определения: равнобедренные и равносторонние треугольники

Основное свойство равнобедренного треугольника

Основной признак равнобедренности треугольника

Свойства медианы, высоты и биссектрисы равнобедренного треугольника (по парам: биссектриса и высота, биссектриса и медиана, высота и медиана)

Свойство равенства высот, биссектрис, медиан в равнобедренном треугольнике, проведенных к боковым сторонам.

(без использования суммы углов треугольника)

Вопрос 8.

Определение: вписанная окружность, биссектриса

Признак и свойство биссектрисы угла

Теорема о пересечении биссектрис в одной точке

Теорема о вписанной окружности

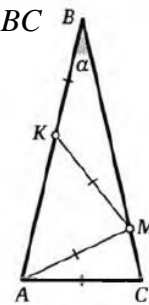
(без использования суммы углов треугольника)

Задачи

1. Один из углов треугольника в два раза больше другого. Высота, опущенная из третьего угла, делит сторону на два отрезка. Докажите, что разность этих отрезков равна одной из сторон треугольника.

2. На боковых сторонах AB и BC равнобедренного треугольника ABC взяли точки M и K соответственно так, что $BK = KM = AM = AC$.

Найдите угол треугольника, противоположный основанию.



Билет 8.

Вопрос 2.

Определения: смежных, вертикальных углов

Теорема о смежных углах и 3 ее следствия

Теорема о вертикальных углах

Вопрос 23.

Определение: описанный четырехугольник

Свойство описанного четырехугольника (стороны)

Свойство описанного четырехугольника (биссектрисы)

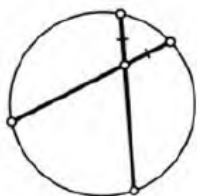
Признак описанного четырехугольника (стороны)

Признак описанного четырехугольника (биссектрисы)

Задачи

1. На сторонах AB и BC треугольника ABC взяли точки M и K . Отрезки AK и CM пересекаются в точке O . Оказалось, что $AO = CO$, $MO = KO$. Докажите, что треугольник ABC равнобедренный.

2. Две хорды пересекаются так, что отмеченные на рисунке отрезки равны. Докажите, что сами хорды тоже равны.



Билет 9.

Вопрос 4.

Определения: биссектриса, медиана, высота, равенство треугольников. Сформулировать три признака равенства треугольников. (без доказательства)

Теорема о равенстве соответствующих медиан, высот и биссектрис в равных треугольниках (без использования суммы углов треугольника)

Вопрос 15.

Определения: окружность, касательная, секущая, общая касательная к двум окружностям (внешняя и внутренняя)

Теорема о количестве общих точек прямой и окружности

Свойство касательной

Признак касательной

Теорема об отрезках касательных

Задачи

1. Постройте треугольник по двум его сторонам и медиане, проведенной к третьей.
2. Разность боковых сторон треугольника равна 2, а его основание в три раза больше меньшей из них. Докажите, что периметр треугольника больше 5.

Билет 10.

Вопрос 14.

Определения: ГМТ, прямоугольный треугольник, окружность, диаметр окружности

Теорема о медиане проведенной к гипотенузе

Теорема о прямоугольном треугольнике с углом 30 градусов

Теорема о прямоугольном треугольнике с катетом равным половине гипотенузы

Теорема о медиане проведенной к стороне треугольника (признак прямоугольности треугольника)

Критерий прямоугольного треугольника (окружность)

Вопрос 28.

Определения: средняя линия треугольника

Теорема о средней линии треугольника

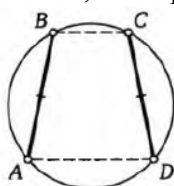
Признак средней линии треугольника по середине стороны и параллельности

Признак средней линии треугольника по параллельности и половине стороны

Признак равнобедренности треугольника по равенству двух медиан треугольника

Задачи

1. Противоположные стороны четырехугольника попарно равны. Докажите, что его диагонали делятся точкой пересечения пополам, используя материал ранее суммы углов треугольника.
2. Хорды АВ и CD окружности равны. Докажите, что прямые ВС и AD параллельны.



Билет 11.

Вопрос 27.

Определения: прямоугольник, ромб, квадрат

Свойство прямоугольника о диагоналях

Признак прямоугольника по диагоналям

Свойства диагоналей ромба

Признак ромба по диагоналям

Свойство ромба о перпендикулярных диагоналях

Признак ромба по перпендикулярным диагоналям

Вопрос 6.

Определения: биссектриса, медиана, высота, равнобедренный треугольник

Признак равнобедренности треугольника по равенству двух высот треугольника

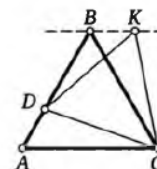
Признаки равнобедренности треугольника по медиане, высоте, биссектрисе

(по парам: биссектриса и высота, биссектриса и медиана, высота и медиана)

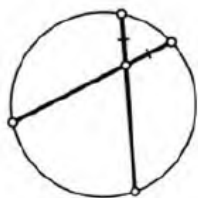
(без использования суммы углов треугольника)

Задачи

1. Равносторонние треугольники ABC и CDK расположены так, как показано на рисунке. Докажите, что прямая BK параллельна AC .



2. Две хорды пересекаются так, что отмеченные на рисунке отрезки равны. Докажите, что сами хорды тоже равны.



Билет 12.

Вопрос 7.

Определения: прямой угол, прямоугольный треугольник, катет, гипотенуза

5 признаков равенства прямоугольных треугольников

(без использования суммы углов треугольника)

Вопрос 22.

Определение: вписанный четырехугольник

Свойство вписанного четырехугольника (сумма углов)

Свойство вписанного четырехугольника (бабочка)

Признак вписанного четырехугольника (сумма углов)

Теорема о равных углах, опирающихся на один отрезок (бабочка)

Задачи

1. Докажите, что отрезок соединяющий середины противоположных сторон выпуклого четырехугольника, меньше полусуммы его диагоналей.

2. Дан четырехугольник $ABCD$, в котором $\angle A = \angle D$, $\angle B = \angle C$, причем AB и CD не параллельны. Докажите, что $AB = CD$, используя материал ранее суммы углов треугольника.

Билет 13.

Вопрос 12.

Определения: перпендикулярные прямые, расстояние от точки до прямой, расстояние между параллельными прямыми

Теорема о биссектрисе внутренних односторонних и накрест лежащих углов при параллельных прямых

Теорема о перпендикулярных прямых

Теорема о существовании и единственности перпендикуляра к прямой

Теорема о расстоянии между параллельными прямыми

Вопрос 19.

Определения: центральный угол, вписанный угол

Теорема о вписанном угле

Следствие: Опираются на одну дуг

Теорема об углах внутри и вне окружности

Задачи

1. В четырехугольнике $ABCD$ точки M, N, P, Q соответственно середины сторон AB, BC, CD, DA . Докажите, что отрезки MP и NQ точкой пересечения делятся пополам.
2. Один из острых углов прямоугольного треугольника в два раза больше другого. Докажите, что один из его катетов в два раза короче гипотенузы, используя материал ранее суммы углов треугольника.

Билет 14.

Вопрос 11.

Определения: секущая, внутренние накрест лежащие углы, внутренние односторонние углы, соответственные углы

Признаки параллельности прямых

Следствия: 1) Две прямые перпендикулярны третьей 2) Соответственные углы 3) О единственности параллельной прямой

Свойства параллельных прямых

Следствие: О прямой перпендикулярной одной из параллельных

Вопрос 17.

Определения: хорда, диаметр, дуга окружности

Теорема о диаметре перпендикулярном к хорде

Теорема о срединном перпендикуляре к хорде

Теорема о хордах равноудаленных от центра

Свойство равных хорд в окружности

Задачи

1. В треугольнике ABC провели медиану BM . Известно, что $AB > BC$. Сравните углы ABM и CBM .
2. Дан шестиугольник, никакие стороны которого не параллельны. Сколько существует точек, которые равноудалены от трех его данных несмежных сторон?