

Всероссийская олимпиада школьников по математике
2019–2020 уч. г.
Школьный этап

4 класс, решения

За верный ответ к каждой задаче дается 1 балл

Задача 1. С утра вдоль дороги было припарковано 5 иномарок. К полудню между каждыми двумя иномарками припарковали по 2 отечественные машины. И к вечеру между каждыми двумя соседними машинами припарковали по мотоциклу. Сколько всего мотоциклов было припарковано?

Ответ: 12.

Решение. Между 5 иномарками 4 промежутка, поэтому там было припарковано $4 \cdot 2 = 8$ отечественных машин; то есть всего припарковано $5 + 8 = 13$ автомобилей. Между ними помещается 12 мотоциклов. \square

Задача 2. На открытом вечере консерватории должны были выступить четыре квартета, пять дуэтов и шесть трио (квартет состоит из четырёх музыкантов, трио — из трёх, а дуэт — из двух; каждый музыкант состоит только в одном музыкальном коллективе). Но один квартет и два дуэта неожиданно уехали на гастроли, а солист одного из трио заболел, и участникам этого трио пришлось выступать вдвоём. Сколько музыкантов выступило в консерватории в тот вечер?

Ответ: 35.

Решение. Если бы никто не отсутствовал, то на вечере выступили бы

$$4 \cdot 4 \text{ (4 квартета)} + 5 \cdot 2 \text{ (5 дуэтов)} + 6 \cdot 3 \text{ (6 трио)} = 44 \text{ человека.}$$

Но 4 (1 квартет) + $2 \cdot 2$ (2 дуэта) + 1 (солист одного из трио) = 9 человек отсутствовали. Таким образом, на вечере выступили $44 - 9 = 35$ человек. \square

Задача 3. Спортсмены A, B, C, D и E участвовали в забеге. Спортсмен D прибежал позже A , а спортсмен B раньше D и сразу за C . Спортсмен C не был первым, но прибежал раньше A . В каком порядке финишировали участники? В качестве ответа введите буквы A, B, C, D, E без пробелов и запятых в том порядке, в котором финишировали спортсмены.

Ответ: EСВАD.

Решение. Заметим, что спортсмен B прибежал сразу за C . Кроме этого, известно, что A прибежал после C (то есть и после B), а D прибежал после A . Таким образом, мы получаем, что C обогнал как минимум троих, при этом не прибежал первым. Получается, первым прибежал E , за ними C , потом B , потом A , и последним прибежал D . \square

Задача 4. Дима встал на одну из ступенек лестницы и вдруг заметил, что выше него и ниже него ступенек поровну. Затем он поднялся на 7 ступенек вверх, а после этого спустился на 15 ступенек вниз. В итоге он оказался на 8 ступеньке лестницы (если считать снизу). Из скольки ступенек состоит лестница?

Ответ: 31.

Решение. Раз в конце Дима оказался на 8 ступеньке, то до этого он был на $8 + 15 = 23$ ступеньке. Туда он попал, поднявшись на 7 ступенек вверх, то есть он начинал с $23 - 7 = 16$ ступеньки. Таким образом, мы получаем, что 16 ступенька — середина лестницы. Следовательно, лестница состоит из 31 ступеньки. \square

Задача 5. На столе лежали карточки с цифрами от 1 до 9 (всего 9 карточек). Катя выбрала четыре карточки так, что произведение цифр на двух из них равно произведению цифр на двух других. Затем Антон забрал ещё одну карточку со стола. В итоге на столе остались лежать карточки с цифрами 1, 4, 5, 8. Карточку с какой цифрой забрал Антон?

Ответ: 7.

Решение. Одна из карточек, которая сейчас не лежит на столе, с цифрой 7. Заметим, что её не могла взять Катя, так как тогда одно её произведение делилось бы на 7, а другое — нет. Таким образом, семёрку забрал Антон. □

Задача 6. Юля задумала число. Даша прибавила к числу Юли 1, а Аня прибавила к числу Юли 13. Оказалось, что число, полученное Аней, в 4 раза больше числа, полученного Дашей. Какое число задумала Юля?

Ответ: 3.

Решение. Заметим, что раз число Ани в 4 раза больше числа Даши, то разность этих чисел в 3 раза больше числа Даши. Таким образом, число Даши равно $(13 - 1) : 3 = 4$. Следовательно, Юля задумала число 3. □

Задача 7. Ася, Боря, Василина и Гриша купили билеты в кино на один ряд. Известно, что:

- Всего в ряду 9 кресел, пронумерованных числами от 1 до 9.
- Боря сидел не на 4 и не на 6 месте.
- Ася сидела рядом с Василиной и Гришей, а рядом с Борей никто не сидел.
- Между Асей и Борей не более двух кресел.

На месте с каким номером точно сидел кто-нибудь из ребят?

Ответ: 5.

Решение. Заметим, что Ася, Василина и Гриша занимают три кресла подряд, а Боря сидит через одно кресло от них. Давайте на свободное кресло посадим ещё одного ребенка — Диму. Тогда в ряду сидят 5 детей подряд. Таким образом, кто-нибудь из них в любом случае сидит на центральном кресле ряда (то есть на кресле номер 5). Для любого другого кресла можно придумать рассадку так, что оно будет не занято.

Что же делать, если Дима сидит на пятом кресле? Тогда Боря (так как они сидят рядом) должен сидеть либо на 4, либо на 6 кресле, но это противоречит условию. Таким образом, на 5 кресле сидит либо Ася, либо Боря, либо Василина, либо Гриша. □

Задача 8. Маша заплела своим куклам косички: половине кукол — по одной, четверти кукол — по две, а оставшейся четверти кукол — по четыре. В каждую косичку она вплела ленточку. Сколько кукол у Маши, если всего ей понадобилось 24 ленточки?

Ответ: 12.

Решение. Заметим, что раз у четверти кукол по четыре косички, то всего ленточек на них потрачено столько же, сколько всего кукол. У половины кукол по одной косичке, то есть на них ушло ленточек в два раза меньше, чем всего кукол. А у четверти кукол по две косички, следовательно на них также ушло ленточек в два раза меньше, чем всего кукол.

Получается, что ленточек в два раза больше, чем кукол. То есть у Маши всего 12 кукол. □