Олимпиада Ломоносов по математике

8 класс, 2015 год

1. На день рождения Андрея последней пришла Яна, подарившая ему мяч, а предпоследним Эдуард, подаривший ему калькулятор. Испытывая калькулятор, Андрей заметил, что произве-дение количества всех его подарков на количество подарков, которые были у него до прихода Эдуарда, ровно на 16 больше, чем произведение его возраста на количество подарков, которые были у него до прихода Яны. Сколько подарков у Андрея?

2. В равностороннем треугольнике ABC на стороне BC выбраны точки A1 и A2 так, что BA1 = A1A2 = A2C. На стороне AC выбрана точка B1 так, что AB1 : B1C = 1 : 2. Найди-те сумму углов AA1B1 и AA2B1.

3. Все натуральные числа разбили на «хорошие» и «плохие» по следующим правилам:

1) из любого плохого числа можно вычесть некоторое натуральное число, не превосходящее его половины, так, чтобы получившаяся разность стала хорошей;

2) из хорошего числа нельзя вычесть не более половины так, чтобы оно осталось хорошим. Известно, что число 1 хорошее. Найдите ближайшее к 2015 хорошее число.

4. В треугольнике ABC, основание AB которого лежит на оси абсцисс, проведены высоты AM, BN и CK. Найдите длину основания AB, если известны координаты точек M(2;2) и N(4;4).

5. В некоторой стране алфавит состоит из трёх букв: М, Г и У. Словом называется любая состоящая из этих букв конечная последовательность, в которой две согласные не могут стоять рядом и две гласные не могут стоять рядом. Сколько в этой стране состоящих из 200 букв слов, которые содержат каждую из трёх букв хотя бы по разу?

6. График квадратичной функции f(x) = x2 + 2px -p2 + 7p -2015 пересекает координатные оси в трёх точках A, B и C. Найдите значение p, при котором произведение длин отрезков OA OB OC будет наименьшим.

1