Олимпиада Ломоносов по математике

7 класс, 2014 год

1. На острове рыцарей и лжецов живут рыцари, которые всегда говорят правду, и лжецы, которые всегда лгут. Однажды путешественник забрёл на вечеринку, на которой собрались 12 жителей острова (назовём их для краткости A, B, ..., L). Путешественник подсел к A и начал задавать вопросы: B рыцарь или лжец?; C рыцарь или лжец?; ...; L рыцарь или лжец? По полученным 11-ти ответам путешественник смог определить, сколько всего рыцарей среди A, ..., L. Сделайте это и вы.

2. Найдите наименьшее целое n > 3, при котором не существует выпуклого n-угольника, каж-дый внутренний угол которого составляет чётное число градусов.

3. Незнайка придумал фантастическое умножение ~, которое для любых x и y удовлетворяет аксиомам нуликативности x ~ x = 0 и тилимилитивноcти: x ~ (y ~ z) = (x ~ y) + z. Помогите Знайке вычислить 1755 ~ 2014.

4. 2014-значное число  обладает следующим свойством: если взять любые шесть цифр,

идущих подряд (в том порядке, в каком они идут), то образованное ими шестизначное число будет делиться на 7, на 11 и на 13. Первые три цифры этого числа 3, 5 и 7. Найдите три последние цифры. В ответе укажите трёхзначное число, которое они образуют.