Олимпиада Ломоносов по математике

8 класс, 2014 год

1. На острове рыцарей и лжецов живут рыцари, которые всегда говорят правду, и лжецы, которые всегда лгут. Однажды путешественник забрёл на вечеринку, на которой собрались 12 жителей острова (назовём их для краткости A, B, ..., L). Путешественник подсел к A и начал задавать вопросы: B рыцарь или лжец?; C рыцарь или лжец?; ...; L рыцарь или лжец? По полученным 11-ти ответам путешественник смог определить, сколько всего рыцарей среди A, ..., L. Сделайте это и вы.

2. Найдите количество пар целых чисел (m;n), для которых выполнено равенство

n2 + 22014 = m2:

3. Незнайка придумал фантастическое умножение ~, которое для любых x и y удовлетворяет аксиомам нуликативности x ~ x = 0 и тилимилитивноcти: x ~ (y ~ z) = (x ~ y) + z. Помогите Знайке вычислить 1755 ~ 2014.

4. Хорда AC образует угол 32 с диаметром AD. Из центра окружности O опущен перпендику-ляр OH на хорду AC, его продолжение пересекает окружность в точке B. Найдите угол между прямыми BC и AD.

5. Дан правильный 27-угольник A1A2 :::A27. Найдите количество неравнобедренных треуголь-ников с вершинами в точках A1, A2, ..., A27. Треугольники, отличающиеся порядком вершин (например, A1A2A4 и A2A4A1), считаются за один треугольник.

6. Многочлен a2014x2014 + a2013x2013 + a1x + a0 при всех значениях x совпадает с функцией

(x-1)(x-2)...(x - 2014) 2014!

y =

:

Найдите сумму чисел a2 + a4 + ::: + a2014.