# ПВГ 2017

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | $$×$$ | **\*** | **\*** |
|  | 8 | **\*** |
| **+** | **\*** | **\*** | **\*** |
| **\*** | **\*** |  |
| **\*** | **\*** | **\*** | **\*** |

5-6 классы

1. В примере на умножение «столбиком» замените звездочки на цифры, так, чтобы получилось верное равенство.

В ответе укажите 4-значное число – результат умножения.

**Ответ**: 1068.

**Решение**: Заметим, что первый из сомножителей дает двухзначное число при умножении на 8, и 3-значное, при умножении на какую-то другую цифру, которая, очевидно, равна 9. Следовательно, оно не может быть более 100/8 или менее 100/9. Такое число единственное – 12. Итого получаем 12х89 = 1068.

1. На сколько сумма квадратов первых ста четных чисел больше суммы квадратов первых ста нечетных чисел?

**Ответ**: 20100.

**Решение**: Сгруппируем слагаемые в виде $(2^{2}-1^{2})+\left(4^{2}-3^{2}\right)+…+\left(200^{2}- 199^{2}\right)=\left(2-1\right)⋅\left(2+1\right)+\left(4-3\right)⋅\left(4+3\right)+ …+\left(200-199\right)⋅\left(200+199\right)=1+2+…+199+200.$ Разобьем слагаемые на пары, дающие одинаковые суммы: 1+200=2+199=…=100+101=201. Таких пар будет ровно 100, поэтому сумма равна 20100.

1. Петров и Васечкин чинили забор. Каждому надо было прибить некоторое количество досок (одно и то же). Петров забивал в некоторые доски по два гвоздя, а в остальные – по три гвоздя. Васечкин забивал в некоторые доски по три гвоздя, а в остальные – по пять гвоздей. Найдите, сколько досок прибил каждый из них, если известно, что Петров забил 87 гвоздей, а Васечкин – 94 гвоздя.

**Ответ**: 30.

**Решение**: Если бы Петров забивал во все доски по 2 гвоздя, то он прибил бы 43 доски и еще остался бы лишний гвоздь. Если бы он во все доски забивал по 3 гвоздя, то прибил бы 29 досок. Таким образом, искомое количество лежит между 29 и 43 (включительно). Аналогично, если бы Васечкин вбивал по 3 гвоздя во все доски, то получилось бы 31 доска и 1 лишний гвоздь, а если бы по 5, то получилось бы 18 досок и 4 лишних гвоздя. Значит досок было 29, 30 или 31. Заметим, что Васечкин забивал в каждую доску нечетное количество гвоздей, поэтому досок должно быть четное количество – 30.

1. На гранях куба написаны шесть натуральных чисел (возможно, повторяющиеся), такие, что числа на соседних гранях отличаются более чем на 1. Каково наименьшее возможное значение суммы этих шести чисел?

**Ответ**: 18.

**Решение**: Рассмотрим три грани, имеющие общую вершину. Числа на них попарно отличаются на 2, поэтому, наименьшая возможная сумма будет для 1+3+5=9. То же можно сказать про оставшиеся три грани.

Итак, сумма не может быть меньше 18. Покажем, что 18 можно получить – разместим на верхней и нижней гранях куба числа 1, на правой и левой – 3, а на ближней и дальней - 5.

1. Найдите наименьшее трехзначное число обладающее свойством: если к нему приписать справа число, большее на 1, то результат (шестизначное число) будет точным квадратом.

**Ответ**: 183

**Решение**: обозначим искомое число a, тогда 1000*a+a*+1 = *n*2. Запишем в виде: 1001a=(n-1)(n+1). Разложим 1001 = 7х11х13, т.е. произведение (n-1)(n+1) должно делиться на 7, 11 и 13. Кроме того, чтобы квадрат был шестизначным числом, *n* должно быть на отрезке [317;999].

Рассмотрим следующие варианты:

а) n-1 кратно 143, n+1 кратно 7, тогда находим n = 573;

б) n-1 кратно 7, n+1 кратно 143, тогда n=428;

в) n-1 кратно 77, n+1 кратно 13, тогда n =155 – не подходит;

г) n-1 кратно 13, n+1 кратно 77, тогда n=846

д) n-1 кратно 91, n+1 кратно 11, тогда n = 274 – не подходит;

е) n-1 кратно 11, n+1 кратно 91, тогда n=727.

Наименьшее n=428, n2=4282 = 183184.

1. Петя составил всевозможные натуральные числа, которые можно составить из цифр 2, 0, 1, 8 (каждую цифру можно использовать не более одного раза). Найдите их сумму.

**Ответ**: 78331

**Решение**: Рассмотрим сначала разряд единиц. Каждая из цифр 1,2,8 встречается в этом разряде 1 раз для однозначных, 2 раза для двузначных, 4 раза для трехзначных и 4 раза для 4-значных чисел – всего 11 раз.

В разряде десятков каждая из них встречается 3 раза для двузначных, 4 для трехзначных и 4 раза для 4-значных – тоже 11 раз.

В разряде сотен каждая встречается 6 раз в трехзначных и 4 раза в однозначных.

В разряде тысяч каждая встречается 6 раз.

Итого получаем 11х11 + 11х11х10 +11х10х100+11х1000х6 = 78331.