Вступительное испытание по математике для поступающих в 8 математический класс школы №1535. II этап. 120 минут.

Демовариант.

Инструкция: 1. Вступительное испытание проводится в дистанционной форме. Продолжительность – 120 минут. Максимальное количество баллов, начисляемых за задачу, указано рядом с её номером. Максимальная сумма баллов равна 50. Использование калькуляторов и любых видов справочных пособий (печатных, электронных, сетевых и пр.) ***запрещено***. Не допускаются никакие виды общения, консультации. Нарушение любого пункта инструкции влечёт приостановку экзамена и выставление абитуриенту за вступительное испытание по математике отметки «0».

2. Ответом на каждое из заданий № 1-4 может быть или целое число, или конечная десятичная дробь. Вводя десятичную дробь, используйте запятую. Внимательно изучайте вопрос задачи, отслеживая, в каких единицах измерения от Вас требуется ответ. Сами **единицы измерения в ответе не указываются**. В этих заданиях решения не проверяется, программа оценивает только правильность введённого ответа.

3. Задания № 5-9 требуют развёрнутого решения. Для записи решений и ответов используйте специальные бланки, полученные Вами на сайте школы №1535, скачанные и распечатанные Вами заранее. Решения задач на бланках можно излагать в произвольном порядке. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ. Решения должны быть изложены подробно, ясно, эстетично, в конце решения написан ответ. По окончании работы Вы сначала закрываете экзамен в программе, затем пересылаете копии листов с решениями на электронный адрес для проверки специалистами школы №1535.

Желаем Вам успешно справиться с заданиями!

Задание №1 (4 балла).

Найти значение выражения $\frac{0{,}46^3 - 0{,}26^3}{0{,}2} - 3 \cdot 0{,}26 \cdot 0{,}46$ наиболее рациональным способом.

Задание №2 (5 баллов).

Прямоугольный кусок волшебной кожи («шагреневая кожа») исполняет любые желания своего владельца, но после каждого исполнения желания она уменьшается на половину своей длины и на одну треть ширины. После исполнения 5 желаний он имел площадь 12см^2, а после исполнения двух желаний его ширина была 9см. Какой (в см) была его длина после исполнения первого желания?

Задание №3 (5 баллов).

Решить уравнение $(x-2)^2(x-3)=(x+1)^2(x-12)$. В ответе указать среднее арифметическое всех его различных корней.

Задание №4 (5 баллов).

Из пункта А в пункт В, расстояние между которыми равно 8 км, одновременно отправились два лыжника. Скорость одного из них на 4 км/ч меньше скорости второго. Лыжник, который первым прибыл в В, тут же повернул обратно и встретил другого лыжника через 45 мин после отправления из А. На каком расстоянии (в км) от пункта А произошла их встреча ?

Задание №5 (7 баллов).

а) Графиком линейной функции является прямая ***l***, проходящая через точку М(-60; -175) и параллельная прямой $y=3x+1535$. Найти формулу этой линейной функции и построить её график;

б) Найти все значения ***q***, при которых сразу три прямые – ***l*** и прямые, заданные уравнениями $y=(3-q)x+2q-1$ и $y=8x-4$ - пересекаются в одной точке;

в) Найти все значения ***p***, при которых прямая, заданная уравнением $y=|p|\cdot x+\frac{1}{12}$, пересекает ось абсцисс в той же точке, что и прямая ***l***.

Задание №6 (5 баллов).

Натуральное число X при делении на 13 даёт остаток 7. Какой остаток при делении на 13 будет давать число X^2-2X ?

Задание №7 (5 баллов).

Биссектрисы углов А и В остроугольного треугольника АВС пересекаются в точке О, $\angle AOB=115°$. Высоты треугольника АВС, проведённые из вершин В и С, пересекаются в точке Н, $\angle BHC=110°$. Чему равны градусные меры углов треугольника АВС ?

Задание №8 (по 3 балла за каждый пункт). Разложить на множители

а) $75m^2-30mn+3n^2-2n+10m$

б) x^2+x-6

в) $(a+b)\cdot(a-b)^3-(a-b)\cdot(a+b)^3$

Задание №9 (5 баллов).

Доказать, что биссектриса внешнего угла при вершине равнобедренного треугольника параллельна его основанию.

Ответы и решения:

Задание №1. Ответ: **0,04**

Задание №2. Ответ: **72**

Задание №3. Ответ: **-6,5**

Задание №4. Ответ: **6,5**

Задание №5. Ответы: а) $y = 3x + 5$ б) $q = 30$ в) $p = \pm 0{,}05$

Задание №6. Ответ: **9**

Задание №7. Ответ: $\angle C = 50°$, $\angle B = 60°$, $\angle A = 70°$.

Задание №8.
Решения:
а) $75m^2 - 30mn + 3n^2 - 2n + 10m = 3 \cdot (5m - n)^2 + 2 \cdot (5m - n) = (5m - n)(15m - 3n + 2)$
б) $x^2 + x - 6 = x^2 + x - 9 + 3 = (x^2 - 9) + (x + 3) = (x + 3)(x - 3 + 1) = (x + 3)(x - 2)$
в) $(a + b) \cdot (a - b)^3 - (a - b) \cdot (a + b)^3 = (a + b)(a - b)((a - b) - (a + b)((a - b) + (a + b)) =$
$= 4ab(a + b)(b - a)$

Задание №9.
Доказательство:
Пусть BM – биссектриса внешнего угла при вершине B равнобедренного треугольника ABC с основанием AC (точки M и C лежат по одну сторону от прямой AB). Из теоремы о сумме углов треугольника и из равенства углов A и C треугольника ABC следует, что $\angle ACB = \frac{1}{2}(180^o - \angle ABC)$. Внешний угол при вершине B равен $(180^o - \angle ABC)$. А, поскольку BM – его биссектриса, то $\angle CBM = \frac{1}{2}(180^o - \angle ABC)$.

Имеем: $\angle CBM = \angle ACB$ и эти углы являются накрест лежащими при прямых BM, AC и секущей BC. Отсюда по признаку параллельных прямых следует параллельность BM и AC, ч.т.д.