

Вступительная работа в 10 математический класс

Алгебра

1. Постройте график функции

$$y = \left| \frac{x^3 - 10x^2 + 29x - 20}{x - 4} \right|$$

и найдите все значения параметра a , при которых прямая $y = a$ имеет ровно три точки пересечения с этим графиком.

2. Решите уравнение:

$$\sqrt{2x - y - z} + \sqrt{-x^2 + 4y + 2z - 8} = \sqrt{\sqrt{yz} - x}.$$

Геометрия

3. В равнобедренной трапеции $ABCD$ боковые стороны равны меньшему основанию BC . К диагоналям трапеции провели перпендикуляры BH и CE . Найдите площадь четырёхугольника $BCEH$, если площадь трапеции $ABCD$ равна 36.

4. Биссектриса AL и медиана BM треугольника ABC пересекаются в точке P . Прямая, проходящая через точку B параллельно CP пересекает продолжение стороны AC в точке F . Докажите, что $CF = AB$.

Комбинаторика

5. На доске написано несколько цифр (среди них могут быть одинаковые). На каждом шаге две цифры стираются и пишутся цифры, из которых состоит их произведение. (Например, вместо 5 и 6 пишется 3 и 0, а вместо 2 и 4 пишется 8). Доказать, что через несколько шагов на доске останется одна цифра.

6. В правильном 21-угольнике 6 вершин покрашены красным цветом, а 7 вершин — синим. Докажите, что найдутся два равных треугольника, у одного из которых все вершины красные, а у другого — синие.