

Пусть x - некоторое число. Целая часть числа x - это наибольшее целое число, не превосходящее x , обозначается $[x]$. Дробной частью называется разность между самим числом и его целой частью, обозначается $\{x\}$. Например, $[1,25]=1$, $\{1,25\}=0,25$.

Решите уравнение $[x^3] + [x^2] + [x] = \{x\} - 1$

По кругу рассадили 1000 кустов роз. Каждому кустику присвоено какое-то натуральное число (не обязательно от 1 до 1000). Черная Королева приказала раскрасить розовые кусты поочередно в белый и черный цвета. Оказалось, что каждое число, присвоенное черному кусту равно сумме двух соседних с ним чисел, присвоенных белым кустам, а каждое число, присвоенное белому кусту, равно произведению двух соседних с ним чисел, присвоенных черному кусту. Чему может быть равна сумма всех 1000 чисел?

В круг радиуса 3 произвольным образом помещены несколько кругов, сумма радиусов которых равна 25. Доказать, что найдется прямая, которая пересекает не менее девяти из этих кругов.

В клетчатом квадрате 10×10 отмечены центры всех квадратиков (всего 100 точек). Какое наименьшее число прямых, не параллельных сторонам квадрата, нужно провести, чтобы вычеркнуть все отмеченные точки?

Безумный Шляпник решил в Стране Чудес организовать раздачу тортов. На раздачу явились 28 жителей Страны Чудес и 37 гостей. Известно, что Шляпник раздавал торты поровну всем жителям Страны Чудес и поровну гостям. В итоге Шляпник раздал все торты, однако выяснилось, что существует лишь один способ такой раздачи. Какое наибольшее число тортов могло быть у Безумного Шляпника? Предполагается, что каждому из пришедших достался хотя бы один торт.

Тоша нашел на чердаке старые календари и заметил, что в каком-то году некоторое число ни в одном месяце не было воскресеньем. Определить это число.

"Крокодилом" называется фигура, ход которой заключается в прыжке на клетку, в которую можно попасть сдвигом на одну клетку по вертикали или горизонтали, а затем на N клеток в перпендикулярном направлении (при $N = 2$ "крокодил" - это шахматный конь). При каких N "крокодил" может пройти с каждой клетки бесконечной шахматной доски на любую другую?

Семь школьников решили за воскресенье обойти семь кинотеатров. Во всех них сеансы начинаются в 9.00, 10.40, 12.20, 14.00, 15.40, 17.20, 19.00 и 20.40 (8 сеансов). На каждый сеанс шестеро шли вместе, а кто-нибудь один (не обязательно один и тот же) шел в другой кинотеатр. К вечеру каждый побывал в каждом кинотеатре. Докажите, что в каждом кинотеатре был сеанс, на котором не был ни один из этих школьников.