

## Письменное собеседование

### Вариант 3

Решать задачи можно в любом удобном для вас порядке. Если возник вопрос, поднимите руку — к вам подойдут. В решениях писать нужно не только ответ, но и доказательство, почему ответ верен.

Если Вам кажется, что Вы не проходили что-то необходимое для решения, напишите об этом. Но также всё ещё приветствуются попытки решения таких задач, они точно не повредят Вам, а, быть может, Вы сможете написать что-нибудь, дающее положительную оценку.

Придумайте какие-нибудь числа  $a$  и  $b$ , чтобы выполнялись одновременно следующие условия:

- оба числа  $3a + 10b$  и  $a + b$  целые;
- оба числа  $a$  и  $b$  не целые.

Нарисуйте по клеточкам многоугольник, у которого площадь равна 20, а периметр — 26. (Здесь площадь и сторона клетки считаются равными 1).

В пятиугольнике  $ABCDE$  все углы равны  $108^\circ$ , а все стороны равны 1. На стороне  $AB$  отметили точку  $P$ , на стороне  $BC$  отметили точку  $Q$ . Оказалось, что  $BP + BQ = 1$ . Найдите  $\angle BPC + \angle BQD$ .

У колхоза «Красный сумрак» есть пруд с некоторым количеством рыбы. За первый год количество рыбы в пруду увеличилось на  $n$  килограммов, а за второй — на 100 килограммов. При этом за первый год вес рыб увеличился на 100%, а за второй — на  $2n$  процентов. Сколько килограммов рыбы теперь в пруду?

Дана таблица, в которой  $a = 179179$ .

$a^3$	$(a+1)^3$	$(a+2)^3$	$(a+3)^3$

В каждую пустую ячейку вписали удвоенную разность левого и правого числа над ней. Найдите число в нижней ячейке.

Термиты делят год на 16 месяцев и расплачиваются друг с другом кусочками сахара. Термит Владлен рассчитывает свой бюджет за прошедший год. Оказалось, что за любые 6 термитских месяцев, идущих подряд, он в сумме потратил больше сахара, чем получил. Могло ли оказаться, что в конце года у него сахара стало больше, чем в начале?

## Устное собеседование в 8 класс

Решать задачи можно в любом удобном для вас порядке. Если возник вопрос, поднимите руку — к вам подойдут.

Где-то на поле находится мина. Сапёр подозревает, что она находится в квадрате, углы которого он пометил флажками. У него есть прибор, позволяющий за один раз провести прямую и узнать, в какой полуплоскости от неё располагается мина (если мина находится прямо на прямой, прибор об этом сообщает).

Какое минимальное число раз сапёру надо применить прибор, чтобы наверняка узнать, лежит ли мина в квадрате?

Магистр Йода и Палпатин бегают по 380 системам Внутреннего Кольца, которые по счастливой случайности выстроились в прямоугольник  $19 \times 20$  (где системы являются клетками), и влияют на них Светлой и Тёмной Стороной Силы соответственно. Они по очереди перемещаются в соседнюю по стороне систему, и начинают из противоположных углов Кольца.

Когда Магистр Йода приходит в систему, она меняется под воздействием Светлой Стороны следующим образом: если была спокойной, то становится гармоничной; если была гармоничной, то становится нестабильной; если была нестабильной, то становится спокойной. От влияния Тёмной Стороны Палпатина всё происходит в обратную сторону: гармония обращается в спокойствие, спокойствие — в нестабильность, нестабильность — в гармонию.

В начале все системы спокойны, и первый ход делает Палпатин.

Докажите, что Йода сможет удерживать в состоянии спокойствия хотя бы 300 систем.

В строку выписаны все дроби вида  $\frac{a}{b}$ , где  $0 < a < b < 100$ , являющиеся несократимыми. Между всеми соседними дробями поставили символ «+» или «-». Могло ли полученное выражение принять целое значение?

В магазине фруктов Вам предложили акцию. Вы можете разложить в ряд несколько вишен и черешен, и они достанутся Вам бесплатно. При этом должно выполняться условие: если между двумя ягодами  $A$  и  $B$  есть ровно 10 или 15 ягод, то ягоды  $A$  и  $B$  обязательно должны быть одного вида. Кроме того, в ряду должны быть ягоды обоих видов.

Какое наибольшее число ягод Вы можете получить?

Внутри выпуклого четырёхугольника  $ABCD$  отметили точку  $E$ . Оказалось, что никакие три из отмеченных точек не лежат на одной прямой. Докажите, что из пяти точек  $A, B, C, D, E$  можно выбрать три так, чтобы один из углов образованного ими треугольника оказался меньше либо равен  $30^\circ$ . (Напоминание: Сумма углов любого треугольника равна  $180^\circ$ )

## Устное собеседование в 8 класс

14.04.2023

Решать задачи можно в любом порядке. Если возник вопрос, поднимите руку – к вам подойдут.

*(эта задача письменная, сдайте запись её решения на специальном подписанном листочке в конце занятия дежурному по аудитории)* Пять обычных игральных кубиков сложили в столбик и подсчитали сумму чисел на всех видимых гранях. Когда верхний кубик убрали, сумма чисел на видимых гранях оставшегося столбика оказалась на 19 меньше. Какое число стоит на верхней грани нового столбика?

Имеется негнущаяся проволока в форме квадрата  $ABCD$ . На неё надеты две бусинки, одна из которых может свободно скользить по отрезкам  $AB$  и  $BC$ , а вторая – по отрезкам  $CD$  и  $DA$ . Две бусинки соединены растяжимой резинкой.

Нарисуйте внутри квадрата все точки, в которых может оказаться середина резинки (т. е. середина отрезка, соединяющего две бусинки).

На числовой прямой отметили все точки, у которых координата либо степень двойки, либо степень тройки, либо степень пятёрки.

Найдётся ли справа от нуля точка, лежащая на расстоянии хотя бы 100000 от любой отмеченной?

Какое наименьшее число звеньев может иметь замкнутая ломаная без самопересечений, пересекающая каждый из 12 отрезков на рисунке и не проходящая через их концы?



Несколько чисел записали в строку. За одну операцию можно заменить одно из чисел (кроме самого левого) на произведение всех чисел левее него. Правда ли, что в какой-то момент обязательно будет совершена операция, после которой все числа останутся теми же?

Драко Малфой отнял у Невилла магический шар-напоминалку. Но Невилл не растерялся и предложил Драко сыграть в игру. Противники будут ходить по очереди. Драко начинает и за один ход дописывает в конец строки букву С или Г. После этого Невилл, если ему хочется, может поменять местами какие-то две любые буквы. Процесс продолжается, пока не будет выписано 2023 буквы. Договор следующий: если в итоге слово, которое получится, окажется палиндромом, то Малфой отдаст Невиллу шар. Есть ли способ, как Невиллу выиграть?

(Палиндром — это слово, которое одинаково читается как слева направо, так и справа налево.)

# Письменное собеседование

## Вариант 4

Решать задачи можно в любом удобном для вас порядке. Если возник вопрос, поднимите руку — к вам подойдут. В решениях писать нужно не только ответ, но и доказательство, почему ответ верен.

Если Вам кажется, что Вы не проходили что-то необходимое для решения, напишите об этом. Но также всё ещё приветствуются попытки решения таких задач, они точно не повредят Вам, а, быть может, Вы сможете написать что-нибудь, дающее положительную оценку.

**Задача 1.** Придумайте какие-нибудь числа  $a$  и  $b$ , чтобы выполнялись одновременно следующие условия:

- 1) оба числа  $3a + 8b$  и  $a + b$  целые;
- 2) оба числа  $a$  и  $b$  не целые.

**Задача 2.** Нарисуйте по клеточкам многоугольник, у которого площадь равна 26, а периметр — 28. (Здесь площадь и сторона клетки считаются равными 1).

**Задача 3.** В шестиугольнике  $ABCDEF$  все углы равны  $120^\circ$ , а все стороны равны 1. На стороне  $AB$  отметили точку  $P$ , на стороне  $BC$  отметили точку  $Q$ . Оказалось, что  $BP + BQ = 1$ . Найдите  $\angle BPC + \angle BQD$ .

**Задача 4.** У колхоза «Красный сумрак» есть пруд с некоторым количеством рыбы. За один год количество рыбы в пруду стало на  $m$  килограммов больше, а за следующий — на 300 килограммов. При этом за первый год вес рыб увеличился на 300%, а за второй — на  $m$  процентов. Сколько килограммов рыбы теперь в пруду?

**Задача 5.** Дана таблица, в которой  $a = 179178$ .

$a^3$	$(a+1)^3$	$(a+2)^3$	$(a+3)^3$

В каждую пустую ячейку вписали утроенную разность левого и правого числа над ней. Найдите число в нижней ячейке.

**Задача 6.** Муравьи делят год на 13 месяцев и расплачиваются друг с другом кусочками сахара. Муравей Кукуцаноль рассчитывает свой бюджет за прошедший год. Оказалось, что за любые 5 муравьиных месяцев, идущих подряд, он в сумме потратил больше сахара, чем получил. Могло ли оказаться, что в конце года у него сахара стало больше, чем в начале?

## Устное собеседование в 8 класс

Решать задачи можно в любом удобном для вас порядке. Если возник вопрос, поднимите руку — к вам подойдут.

**Задача 1.** Трое друзей Амелия, Барни и Витя живут в соседних квартирах. На весенних каникулах они часто ходят на ярмарку, которая открылась рядом с их домом. Ходят они с постоянными, но не одинаковыми скоростями. Так же они не оглядываются, пока идут, и не дожидаются друг друга, но если так случилось, что один из друзей догнал другого, то он подстраивается под скорость более медленного и дальше они идут вместе.

Во вторник случилось так, что Амелия первой вышла из дома, Барни — вторым, а Витя — третьим, и двое из них пришли на ярмарку вместе. В среду первым вышел Витя, потом Барни, а потом Амелия. Могло ли оказаться, что друзья пришли на ярмарку все вместе?

**Задача 2.** Бился Иван-Царевич со Змеем Горынычем, трёхглавым и трёххвостым. Одним ударом он мог срубить либо одну голову, либо один хвост, либо две головы, либо два хвоста. Но, если срубить один хвост, то вырастут два; если срубить два хвоста — вырастет голова; если срубить голову, то вырастает новая голова, а если срубить две головы, то не вырастет ничего. Как должен действовать Иван-Царевич, чтобы срубить Змею все головы и все хвосты как можно быстрее?

**Задача 3.** В школе было 150 кабинетов с номерами от 1 до 150. На дверях кабинетов были странные замки: если повернуть ключ в замке один раз, то дверь открывается, если повернуть дважды, то закрывается, если трижды, то снова открывается и т.д.

Утром директор школы послал первого помощника открыть все кабинеты. Потом он вспомнил, что в этот день половины классов не будет, поэтому он отправил второго помощника повернуть ключ в замке каждой второй двери (то есть 2, 4, 6...). Потом директор вспомнил, что еще нужны кабинеты для кружков по математике, и отправил третьего помощника с просьбой повернуть ключ в замке каждого третьего кабинета (то есть 3, 6, 9...) и т.д. В итоге 150 помощников приходили в школу и последовательно поворачивали ключи в замках нужных кабинетов. Сколько кабинетов в итоге было открыто?

**Задача 4.** У Вити есть доска  $6 \times 6$  и набор доминошек, могущих покрыть ровно две её клетки. Он собирается покрыть 18-ю из них доску и поселить на каждой доминошке по букашке. Он хочет, чтобы любая букашка могла зайти к любой другой в гости, переползая с одной доминошки на другую не более  $N$  раз.

Букашки умеют переползать с доминошку на доминошку, если они соприкасаются по отрезку длины хотя бы 1. При каком наименьшем значении  $N$  Витя сможет так уложить доминошки?