

Письменное собеседование

Вариант 1

Решать задачи можно в любом удобном для вас порядке. Если возник вопрос, поднимите руку — к вам подойдут. В решениях писать нужно не только ответ, но и доказательство, почему ответ верен.

Если Вам кажется, что Вы не проходили что-то необходимое для решения, напишите об этом. Но также всё ещё приветствуются попытки решения таких задач, они точно не повредят Вам, а, быть может, Вы сможете написать что-нибудь, дающее положительную оценку.

Задача 1. Разрежьте квадратный торт тремя прямыми так, чтобы получилось ровно семь кусков: три пятиугольных и четыре треугольных.

Задача 2. Петя перемножил на компьютере 16 девяток и 14 восьмёрок. Васи перемножил 12 шестёрок и 30 четвёрок. У кого число получилось больше? (Например, Петя нашёл произведение вида $9 \times 9 \times \dots \times 9 \times 8 \times 8 \times \dots \times 8$, где число девяток и восьмёрок написано выше).

Задача 3. Искатели сокровищ нашли в забытой всеми пещере два слитка. Проведя исследования, они выяснили, что оба слитка содержат золото и серебро. В первом слитке данные драгоценные металлы находятся в отношении 1 к 9, а во втором — 7 к 13. Искатели решили переплавить найденные сокровища, чтобы получить слиток массой 10 кг, но в котором соотношение золота к серебру уже будет 3 к 7. Сколько нужно взять каждого слитка, чтобы у них получилось задуманное?

Задача 4. На плоскости выбрали 4 точки: P, Q, R, S . Отрезки PR и QS в получившемся четырёхугольнике $PQRS$ пересекаются в точке O . Периметр треугольника PQR равен периметру треугольника PQS , а периметр треугольника PRS — периметру треугольника QRS . Докажите, что $PO = QO$.

Задача 5. Даны два условия: $x^2 + x^4 + x^6 + x^8 + x^{10} \leq 0$ и $x^{179}(x^{2022} - 2023)^2 > 0$. Для каких значений x одновременно верны оба эти условия?

Задача 6. На столе стоят десять пустых коробок. В какую-то коробку положили ещё десять меньших пустых коробок. После этого в какую-то коробку, которая теперь пуста, положили десять пустых коробок, и так ещё несколько раз. В итоге оказалось, что непустых коробок ровно тринадцать. Сколько тогда оказалось пустых коробок?