*Ознакомительная работа*

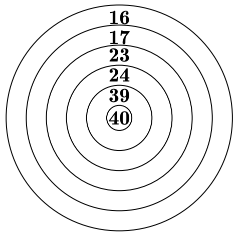
**Задача 1.1.** Вычислите: $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{6}$.

**Задача 1.2.** Антон взвешивал на весах свои игрушки. Машину уравновесили мяч и два кубика, а машину с кубиком — два мяча. Сколько кубиков уравновешивают машину? (Кубики весят одинаково, мячи тоже.)

**Задача 1.3.** Егор сложил в одну коробку болты, в другую — винты, а в третью — гайки, и подписал, где что лежит. Только он все надписи перепутал — ни одна не соответствует содержимому. Он открыл коробку с надписью «болты» и увидел, что там винты. Что лежит в коробке с надписью «гайки»?

**Задача 1.4.** Автобусы ездят по круговому маршруту в одну и ту же сторону с равными интервалами. Когда автобусов было три, интервал равнялся 12 минутам. Каким станет интервал, если автобусов будет четыре? (Скорость автобусов всегда одна и та же.)

**Задача 1.5.** В числе 3141592653589793 надо зачеркнуть 7 цифр так, чтобы осталось как можно большее число. Введите, какое число получится. (Например, если зачеркнуть 1-ю, 3-ю, 5-ю, 7-ю, 9-ю, 10ю и 11-ю цифры, останется 119689793.)




**Задача 1.6.** Требуется несколько раз выстрелить по мишени (см. рисунок), выбив в сумме 100 очков. Укажите числа, которые надо выбить (в порядке возрастания, через запятую).

**Задача 1.7.** Куб $3\times3\times3$ склеен из 27 кубиков $1\times1\times1$. Каждые два соседних кубика приклеены друг к другу одной каплей клея. Сколько всего капель для этого потребовалось?

**Задача 1.8.** Расставьте фишки на клетках доски 8 на 8 (в каждой клетке — не более одной фишки) так, чтобы на любых двух вертикалях фишек было поровну, а на любых двух горизонталях — не поровну. Ответьте на вопросы:

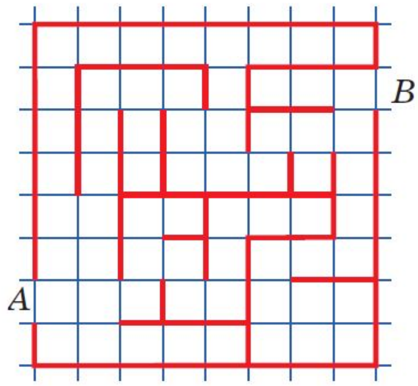
**а)** сколько фишек стоит на каждой вертикали?

**б)** для какого числа от 0 до 8 не найдётся строки на вашем рисунке, в котором стоит ровно столько фишек?

**Задача 1.9.** **а)** Что больше: $333\,333\,333\cdot666\,666\,665$ или $222\,222\,222\cdot999\,999\,999$?

**б)** На сколько различаются числа в предыдущем пункте?

**Задача 1.10.** В лабиринте размером 8 на 8 клеток (см. рисунок) надо сломать одну из красных перегородок между клетками так, чтобы длина кратчайшего пути по клеткам от выхода $A$ к выходу $B$ оказалась как можно меньше. Ответьте на вопросы:




**а)** Какую перегородку надо сломать — горизонтальную или вертикальную?

**б)** Если горизонтальную — укажите номер столбца (считая слева), в котором она находится, если вертикальную — укажите номер строки, в которой она находится (считая снизу).

**в)** Сколько клеток будет в кратчайшем пути?

### «Тест»-задачи

**Задача 2.1.** Петя проснулся в прошлый понедельник ровно в 8 утра. Каждый следующий день он просыпался либо на 1 минуту позже, либо на 1 минуту раньше, чем вчера. Мог ли Петя проснуться в этот понедельник **а)** ровно в 8:05; **б)** ровно в 8:06; **в)** ровно в 8:04; **г)** ровно в 8:03?
Ответ введите в формате: да,да,да,нет (сразу все четыре ответа, подряд, без пробелов, через запятую).

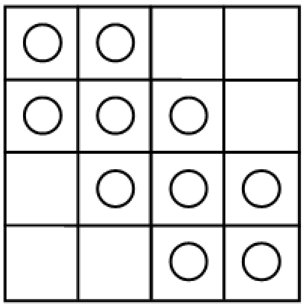
**Задача 2.2.** Дан кубик $3 \times 3 \times 3$. К каждому центральному квадратику $1 \times 1$ каждой его грани приклеили по кубику $1 \times 1 \times 1$. Из скольких квадратиков $1 \times 1$ состоит поверхность получившейся фигуры?

**Задача 2.3.** Гарри Поттер случайно коснулся лежащей в пустом сундуке одинокой монеты, на которую было наложено заклинание удвоения. Сразу после этого каждую секунду каждая монета превращается в две такие же монеты. Размножающиеся монеты заполнили сундук за 15 секунд. За сколько секунд монеты заполнили бы сундук, если бы изначально их там было две, и Гарри одновременно коснулся бы обеих?

**Задача 2.4.** Петя сложил все числа от 1 до 1000, кончающиеся на 3, а Вася — все числа от 1 до 1000, кончающиеся на 4. **а)** У кого получилось больше? **б)** На сколько?

**Задача 2.5.** Улитка и муравей ползли кросс на 20 м. Когда муравей достиг финиша, улитке надо было проползти ещё 18 м. На сколько метров надо отодвинуть назад старт для муравья, чтобы при следующей попытке муравей и улитка финишировали одновременно?

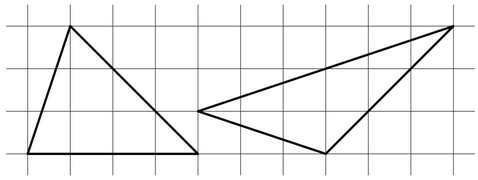
**Задача 2.6.** На сколько частей делят поверхность глобуса
**а)** 10 параллелей;
**б)** 11 меридианов;
**в)** 10 параллелей и 11 меридианов вместе.
(Параллель — это окружность, параллельная экватору (экватор — тоже параллель). Меридиан — это дуга, соединяющая Северный полюс с Южным.)



### «Письменные» задачи

**Задача 2.7.** В квадрате $4 \times 4$ нарисовали 10 фишек, как на рисунке. Разрежьте его на четыре одинаковые части так, чтобы они содержали соответственно 1, 2, 3 и 4 фишки.

**Задача 2.8.** Несколько мальчиков и девочек встали по кругу (и те, и другие присутствуют). Оказалось, что у каждого либо оба соседа девочки, либо оба соседа мальчики. Всего в кругу 7 мальчиков. А сколько девочек? Не забудьте объяснить ответ.



**Задача 2.9.** Разрежьте 1-й треугольник на 2 части и сложите из них 2-й (см. рис.).

**Задача 2.10.** Найдутся ли три целых числа, которые друг на друга не делятся, но произведение любых двух делится на третье?

### «Устные» задачи

**Задача 2.11.** В куче лежат **а)** 9; **б)** 10; **в)** 11; **г)** 100 спичек. Петя и Вася по очереди забирают из кучи либо одну, либо две спички, начинает Петя. Выиграет тот, кто возьмёт последнюю спичку. Выясните в каждом из пунктов, кто может обеспечить себе победу?

**Задача 2.12.** На столе лежат 2 монеты орлом вверх. Петя закрывает глаза, а Витя переворачивает несколько раз эти монеты (по одной), говоря при каждом переворачивании «Хоп!» (можно переворачивать одну и ту же монету несколько раз). После этого Витя накрывает одну из монет рукой, а Петя открывает глаза и, взглянув на стол, отгадывает, как лежит накрытая Витей монета — орлом вверх или орлом вниз. Как Петя это делает?

**Задача 2.13.** На плоскости расположен квадрат и невидимыми чернилами нанесена точка $P$. Человек в специальных очках видит точку. Если провести прямую, то он отвечает на вопрос, по какую сторону от неё лежит $P$ (если точка $P$ попала на эту прямую, он отвечает, что $P$ лежит на прямой). Можно ли, задав всего три вопроса, узнать, лежит ли точка $P$ в квадрате, или она вне его?

**Задача 2.14.** **а)** Шеф секретной службы составил инструкцию взаимной слежки для 7-ми своих агентов: агент 001 следит за тем, кто следит за агентом 002, агент 002 — за тем, кто следит за агентом 003, и т.д.; агент 007 следит за тем, кто следит за агентом 001. Удастся ли её выполнить?
**б)** Можно ли выполнить подобную инструкцию для 8 агентов?

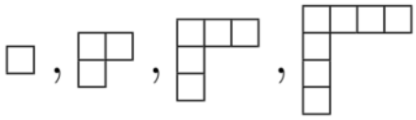
## «Тест»-задачи

**Задача 3.1.** Сколько раз к наибольшему однозначному числу нужно прибавить наибольшее двузначное число, чтобы получить наибольшее трёхзначное число?

**Задача 3.2.** Почтальон вынимает бумажные письма из почтового ящика 5 раз в день. Первый раз он подходит к ящику в 7 часов утра, а последний — в 7 часов вечера, причем через равные интервалы времени. Через какие? (Укажите ответ в часах.)

**Задача 3.3.** Алёша задумал число. Он прибавил к нему 5, потом разделил сумму на 3, умножил на 4, отнял 6, разделил на 7 и получил 2. Какое число задумал Алёша?

**Задача 3.4.** Дан ряд фигурок: В первой — одна клетка. Сколько клеток **а)** в пятой фигурке; **б)** в десятой фигурке; **в)** в первых пяти фигурках вместе; **г)** в первых десяти фигурках вместе?



**Задача 3.5.** На столе лежат 3 монеты орлом вверх. Витя переворачивает несколько раз эти монеты (по одной) в любом порядке, говоря при каждом переворачивании «Хоп!» (можно переворачивать одну и ту же монету несколько раз), после чего накрывает одну из монет рукой. Как лежит монета, накрытая Витей, если

**а)** он сказал «Хоп!» 2 раза, и две открытые монеты — это орёл и решка;

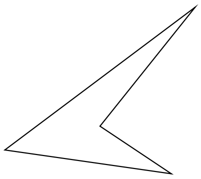
**б)** он сказал «Хоп!» 5 раз, и две открытые монеты — это две решки;

**в)** он сказал «Хоп!» 179 раз, и две открытые монеты — это два орла.

Введите сразу все три ответа подряд, без пробелов, через запятую, например: о,р,о.

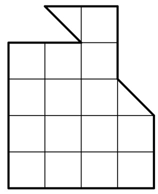
**Задача 3.6.** **а)** К каждой из шести граней кубика $1\times1\times1$ приклеили по такому же кубику, получился «ёж» из семи кубиков. Из скольких квадратиков $1\times1$ состоит поверхность «ежа»? **б)** К каждому квадратику $1\times1$ на поверхности «ежа» из предыдущего пункта приклеили ещё раз по кубику $1\times1\times1$ (при этом некоторые кубики закрыли два квадратика), получился «супер-ёж». Из скольких квадратиков $1\times1$ состоит его поверхность? **в)** Из скольких кубиков состоит «супер-ёж»?

## «Письменные» задачи



**Задача 3.7.** Разделите фигуру (слева) на 6 частей, проведя две прямые.

**Задача 3.8.** Разрежьте фигуру (справа) на 4 равные части. Резать можно и не «по клеточкам». Части должны быть равны и по форме, и по площади.



**Задача 3.9.** Нарисуйте замкнутую ломаную, каждое звено которой пересекает ровно одно другое её звено, и в которой всего **а)** 6 звеньев; **б)** 8 звеньев.

## «Устные» задачи

**Задача 3.10.** В коридоре в ряд идут 10 дверей. За одной из дверей — приз. На каждой двери висит табличка «Приз находится за соседней дверью». Известно, что на всех табличках, кроме одной, написана ложь. Как открыть ровно одну дверь, чтобы после этого точно узнать, где приз?

**Задача 3.11.** В куче лежат **а)** 4; **б)** 8; **в)** 9; **г)** 100 спичек. Петя и Вася по очереди забирают из кучи либо 1, либо 2, либо 3 спички, начинает Петя. Выиграет тот, кто возьмёт последнюю спичку. Выясните в каждом из пунктов, кто может обеспечить себе победу, как бы ни играл его соперник?

**Задача 3.12.** Из нескольких кубиков $1\times1\times1$ склеили фигуру без полостей и дырок. Кубики примыкают друг к другу целиком по грани. Может ли поверхность такой фигуры состоять из 179 квадратиков $1\times1$?

**Задача 3.13.** Вдоль фасада дворца расположены в ряд 20 комнат, в каждой комнате одно окно. Каждый день принц переселяется в одну из соседних комнат. Каждую ночь ко дворцу подлетает фея и заглядывает в одно из окон. Может ли фея за несколько дней гарантированно увидеть принца?

### «Тест»-задачи

**Задача 4.1.** Клетки доски $17 \times 9$ покрасили в шахматном порядке в белый и чёрный цвета так, что один из углов — белый. Сколько на этой доске белых клеток?

**Задача 4.2.** Хулиган Петя схватил барабан и начал ударять по нему колотушкой каждые 2 секунды. Одновременно с ним хулиган Вася начал ударять молотком по рельсу каждые 3 секунды. Сосед Иван Петрович вздрагивал каждый раз, когда слышал удар или два одновременных удара. Сколько раз успел вздрогнуть Иван Петрович, если на 20-й секунде ребятам надоела музыка и они побежали играть в футбол?

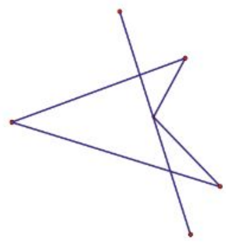
**Задача 4.3.** В круг стоят 11 человек, все разного роста. Те, кто выше обоих своих соседей и те, кто ниже обоих своих соседей, подняли руку. Могло ли поднятых рук оказаться ровно **а)** 11; **б)** 10; **в)** 1; **г)** 2? (Введите сразу все ответы подряд, без пробелов, через запятую, например: да,да,да,да.)

**Задача 4.4.** Сейчас Серёже 11 лет, а Вове 1 год. Сколько лет будет Серёже, когда Серёжа станет втрое старше Вовы?

**Задача 4.5.** Какая цифра встречается реже всего при записи первых ста натуральных чисел, а какая — чаще всего? (Дайте ответ в виде двух цифр подряд, через запятую.)

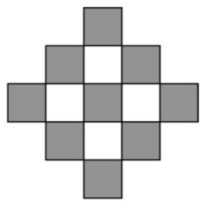
**Задача 4.6.** Брат вышел из дома на 5 минут позже сестры, зато шел в полтора раза быстрее. Через какое время он ее догонит?

### «Письменные» задачи

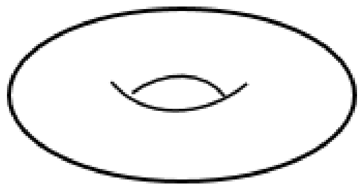


**Задача 4.7.** На рисунке вы видите четырёхугольник, который разрезан по прямой на 3 треугольника. Нарисуйте разрезанный по прямой на 3 треугольника **а)** шестиугольник; **б)** семиугольник.

**Задача 4.8.** Придумайте такие две пары натуральных чисел, что суммы в парах одинаковы, а произведения отличаются ровно **а)** в 2 раза; **б)** в 10 раз.



**Задача 4.9.** **а)** На рисунке изображена доска из 13 клеток. Уместите на ней «по клеточкам» наибольшее количество неперекрывающихся доминошек $1 \times 2$ (нарисуйте пример).
**б)** Объясните, почему большее число доминошек уместить «по клеточкам» нельзя.
**в)** Покройте всю доску «по клеточкам» наименьшим количеством доминошек, если доминошки могут перекрываться, но не вылезают за пределы доски (нарисуйте пример).
**г)** Почему меньшим числом доминошек покрыть доску «по клеточкам» нельзя?



**Задача 4.10.** Планета имеет форму баранки (см. рисунок). Отметьте на этой планете три города, три космодрома и соедините каждый город с каждым космодромом дорогой так, чтобы никакие две дороги не пересекались.

### «Устные» задачи

**Задача 4.11.** На доске написаны два десятизначных числа. Известно, что из обоих чисел можно вычеркнуть по одной цифре так, чтобы получились одинаковые числа. Докажите, что в исходные числа можно вписать по одной цифре так, чтобы тоже получились одинаковые числа.

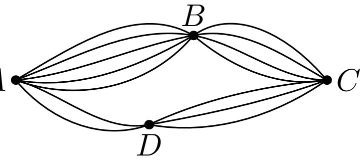
**Задача 4.12.** **а)** Малыш и Карлсон по очереди кладут монетки в 5 эре (их есть большой запас) на пустой круглый стол так, чтобы те не падали со стола и не накладывались друг на друга. Начинает Малыш. Кому некуда ходить, тот проиграл. Как Малышу всегда выигрывать?
**б)** Карлсон рассердился и сделал в центре стола круглую дырку, по размерам чуть больше монетки. Как теперь может играть Карлсон, чтобы всегда выигрывать?

**Задача 4.13.** **а)** Петя записал на доске два числа: $1/2$ и $1/3$. Вася за ход называет любое число, а Петя увеличивает ровно одно из чисел на доске (какое захочет) на число, названное Васей. Может ли Вася делать ходы так, чтобы обязательно в какой-то момент хоть одно из двух чисел на доске превратилось в 1?
**б)** Та же задача, но на доске написаны три числа: $1/2$, $1/3$ и $1/5$, и надо хоть одно превратить в 1.

**Задача 4.14.** Штаб состоит из нескольких абсолютно одинаковых на вид комнат, соединённых коридорами по кругу. В каждой комнате есть одна лампа. Шпион проник в одну из комнат. Как ему узнать, сколько комнат в штабе, если он может ходить по комнатам и включать и выключать лампы? (Изначально какие-то лампы могли гореть, а какие-то — нет; в здании никого нет, так что пока шпион ходит по комнатам, лампы никто другой не переключает.)

### «Тест»-задачи

**Задача 5н.1.** У троих братьев оказалось вместе 24 печенья. Младший съел на 2 печенья меньше, а старший — на два печенья больше, чем средний. Сколько печений съел каждый из братьев?
(Дайте ответ в виде трёх чисел в порядке возрастания, подряд, без пробелов.)




**Задача 5н.2.** Справа нарисованы города и дороги. Сколькими способами можно проехать (двигаясь только вправо) **а)** из $A$ в $C$ через $B$; **б)** из $A$ в $C$ через $B$ или $D$?

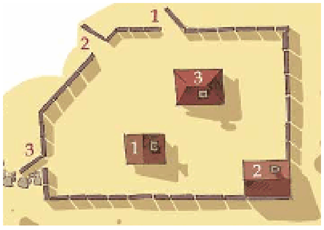
**Задача 5н.3.** Сколько можно написать разных пар из двух цифр, если на первом месте можно написать любую цифру от 0 до 9 и на втором месте — тоже любую цифру от 0 до 9? (Если две цифры записаны в разном порядке, то это две разные пары.)

**Задача 5н.4.** **а)** Бревно распилили на 10 чурбаков. Каждый распил занял 2 минуты. Сколько времени ушло на эту работу?
**б)** На чурбаки распилили два бревна, суммарно сделали 8 распилов. Сколько получилось чурбаков?
**в)** Несколько брёвен распилили суммарно на 200 чурбаков, сделав 21 распил. Сколько было брёвен?

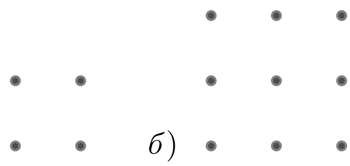
**Задача 5н.5.** Будем считать пальцы на руке: 1-м будет большой, 2-м — указательный, 3-м — средний, 4-м — безымянный, 5-м — мизинец, 6-м — снова безымянный, 7-м — средний, 8-м — указательный, 9-м — большой, 10-м — указательный, и т. д. Какой палец будет **а)** 17-м; **б)** 30-м; **в)** 2020-м?

### «Письменные» задачи

**Задача 5н.6.** Во дворе, окружённом забором с 3 калитками, стоят 3 домика (см. рисунок.). На домиках и калитках написаны номера. Проведите от каждого домика дорожку к калитке с тем же номером так, чтобы дорожки не пересекались.



**Задача 5н.7.** **а)** Нарисуйте замкнутую трёхзвенную ломаную, проходящую через все 4 точки на рисунке а).
**б)** Нарисуйте любую четырёхзвенную ломаную, проходящую через все 9 точек на рисунке б).



*а)* *б)*

### «Устные» задачи

**Задача 5н.8.** **а)** В строчку написаны 4 минуса: $- - - -$. Петя и Вася по очереди переправляют один или два соседних минуса на плюсы, начинает Петя. Выигрывает тот, кто переправил последний минус. Кто может играть так, чтобы всегда выигрывать, как бы ни играл соперник?
**б)** А если в строке 5 минусов: $- - - - -$? **в)** А если 6: $- - - - - -$? **г)** А если 7: $- - - - - - -$?

**Задача 5н.9.** **а)** Принцессе принесли обеденное меню: первое блюдо — пять вариантов на выбор, второе блюдо — 7 вариантов на выбор, десерт — 10 вариантов на выбор. Сколькими способами принцесса может выбрать себе обед из трёх блюд? **б)** А если ещё есть 4 салата на выбор, но принцесса берёт на обед только три блюда?

**Задача 5н.10.** В двух стопках лежат 10 томов собрания сочинений Пушкина. Библиотекарь подходит к любой стопке, снимает сверху несколько книг и кладёт на другую стопку. Как ему не больше чем за 19 таких операций расположить все тома в одной стопке по порядку номеров (снизу 1-й, затем 2-й и т.д.)?

**«Тест»-задачи**

**Задача 6н.1.** Умный продавец получил конверты для продажи в пачках по 100 штук. Он отсчитывает 10 конвертов за 5 секунд. Продавцу понадобилось быстро отсчитать 70 конвертов из целой пачки. За сколько секунд он это сделает?

**Задача 6н.2.** В шкатулке лежат бусины: 1 белая, 7 синих и 9 зелёных. Какое наименьшее число бусин надо вынуть, не глядя, чтобы наверняка достать **а)** 2 бусины разных цветов; **б)** 2 бусины одного цвета; **в)** 3 бусины разных цветов?

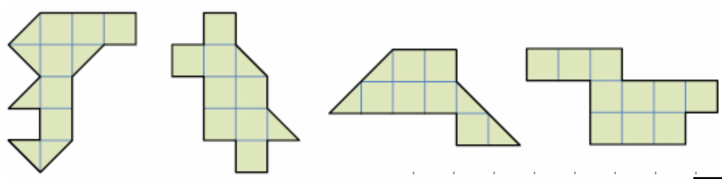
**Задача 6н.3.** Том Сойер красит забор — подряд, начиная с первой доски. Каждую доску Том красит целиком в один из двух цветов: белый или синий. Сколькими способами он может окрасить первые **а)** 2; **б)** 3; **в)** 5 досок? **г)** Сколькими способами он мог бы окрасить первые 10 досок, чтобы соседние были разного цвета?

**Задача 6н.4.** Если бы Коля купил три тетради, то у него осталось бы 110 рублей, а если бы он захотел купить 9 таких же тетрадей, то ему не хватило бы 70 рублей. Сколько денег было у Коли?

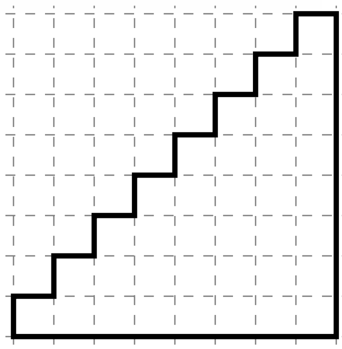
**Задача 6н.5.** Колонна грузовиков, едущих с одной и той же скоростью, растянулась на полкилометра. Первый грузовик подъехал к километровому тоннелю в 9:30, а в 9:36 туннель покинул последний грузовик. За сколько секунд эта колонна проехала мимо постового, охранявшего вход в тоннель?

**«Письменные» задачи**

**Задача 6н.6.** Перед вами четыре фигуры. Разрежьте каждую из них на две одинаковые части (равные и по форме, и по площади).



**Задача 6н.7.** На рисунке справа (под зелёными фигурами) нарисована «лесенка».
**а)** Разрежьте её на две части и сложите из них прямоугольник.
**б)** Разрежьте её на три части и сложите из них квадрат.



**Задача 6н.8.** Нарисуйте в тетради белый клетчатый квадрат из 16 клеток. Закрасьте в нём 7 клеток так, чтобы нельзя было вычеркнуть все закрашенные клетки, зачеркнув два столбца и две строки.

**«Устные» задачи**

**Задача 6н.9.** Том Сойер красит забор — подряд, начиная с первой доски. Каждую доску Том красит целиком в один из трёх цветов: белый, синий или красный. Сколькими способами он может окрасить первые **а)** 2 доски; **б)** 3 доски; **в)** Сколькими способами он мог бы окрасить первые 4 доски, чтобы соседние были разного цвета? **г)** Сколькими способами он мог бы окрасить первые 4 доски, чтобы хоть одна доска была синей?

**Задача 6н.10.** **а)** В левом нижнем углу доски $8 \times 8$ стоит фишка. Петя и Вася ходят по очереди, начинает Петя. За ход фишку передвигают на любое число полей либо вверх, либо вправо. Выигрывает тот, кто поставит фишку в правый верхний угол. Кто может обеспечить себе победу?
**б)*** А если тот, кто поставил фишку в правый верхний угол, считается проигравшим?

**Задача 6н.11.** **а)** Участок имеет вид квадрата $10 \times 10$, разделённого на «клетки» $1 \times 1$. Сколькими способами можно выбрать на этом участке клетчатый квадрат $2 \times 2$ для постройки там дома?
**б)** А если при этом четыре клетки в центре участка занимает пруд (размером $2 \times 2$)?

### «Тест»-задачи

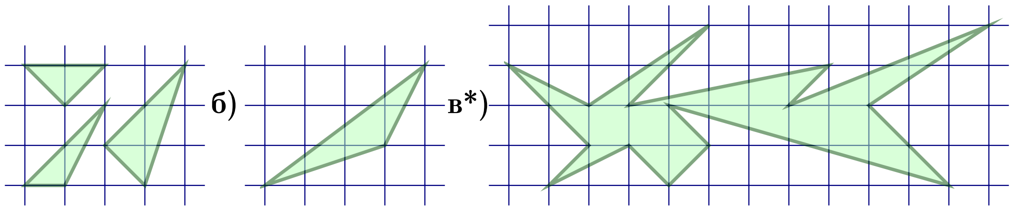
**Задача 7н.1.** Карлсон съедает банку варенья за 6 минут, Малыш — за полчаса, а фрекен Бок — за 20 минут. **а)** Сколько банок (суммарно) они съедят за час? **б)** За какое время они съедят одну банку вместе?

**Задача 7н.2.** **а)** Десять хулиганов кидались друг в друга мячиками. Каждый кинул в каждого один мячик. Сколько всего они кинули мячиков?
**б)** Десять хулиганов решили помириться. Каждый пожал руку каждому. Сколько всего было рукопожатий?

**Задача 7н.3.** У Пети и Васи есть яблоки. Берёт яблоко Петя, потом Вася, и они одновременно начинают есть с одинаковой скоростью. Доевший своё яблоко, берёт следующее; каждый хочет съесть как можно больше.
**а)** Пусть имеется 3 яблока: 200 г, 300 г и 400 г. Яблоко с каким весом надо взять Пете вначале и сколько грамм яблок Петя съест в итоге? (Укажите два числа подряд (вес в граммах), через запятую.)
**б)** Пусть имеется 4 яблока: 200 г, 300 г, 400 г и 450 г. Яблоко с каким весом надо взять Пете вначале и сколько грамм яблок Петя съест в итоге? (Укажите два числа подряд (вес в граммах), через запятую.)

**Задача 7н.4.** Найдите площади фигур на рисунках, если площадь каждой клетки равна 1. (В пункте *a* введите три числа подряд, через запятую.)

**а)** **б)** **в*)**



**Задача 7н.5.** Любую перестановку букв слова называют его *анаграммой.* Само слово мы тоже будем считать его анаграммой. Сколько анаграмм у слов: **а)** `ОН`; **б)** `ОНИ`; **в)** `ОНО`; **г)** `ЛЮДИ`; **д)** `НИСЕЛЬАП`? **е)** Среди анаграмм слова `НИСЕЛЬАП` найдите название фрукта; **ж)** а ещё найдите среди них породу собаки.

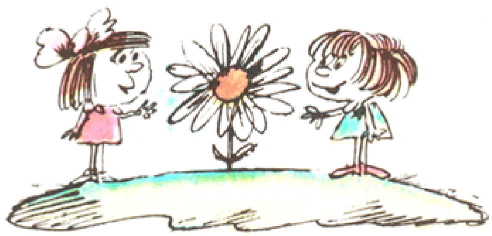
### «Письменные» задачи

**Задача 7н.6.** **а)** От прямоугольника отрезали 4 угла по отрезкам, соединяющим середины соседних сторон. Какую часть прямоугольника отрезали (по площади)? Попробуйте объяснить ответ с помощью рисунка.
**б)** По углам квадратного поля растут 4 дерева. Нарисуйте, как расширить поле, не срубая деревьев, чтобы площадь увеличилась в 2 раза, а форма осталась квадратной? (Деревья не должны быть внутри поля.)

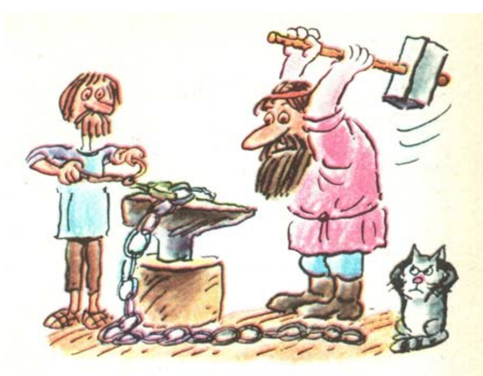
**Задача 7н.7.** Нарисуйте на клетчатой бумаге квадрат, вершины которого лежат в вершинах клеток (а стороны идут не по сторонам клеток), так чтобы площадь квадрата равнялась
**а)** площади двух клеток; **б)** площади пяти клеток.

**Задача 7н.8.** Ферзь бьет по вертикали, горизонтали и диагонали на любое число клеток (через фигуру не бьёт). Расставьте на шахматной доске несколько ферзей так, чтобы
**а)** каждый бил ровно двух других;
**б)** каждый бил ровно трёх других;
**в)** каждый бил ровно четырёх других.

### «Устные» задачи



**Задача 7н.9.** **а)** Оля и Поля играют в игру с ромашкой из 7 лепестков: за ход отрывается один лепесток или два выросших рядом лепестка. Ходят по очереди, начинает Оля. Проигрывает тот, у кого нет хода. Кто может обеспечить себе победу? **б)** Та же игра, но у ромашки 8 лепестков.



**Задача 7н.10.** В ряд стоят 10 мудрецов. **а)** Сколькими способами на них можно надеть 8 одинаковых белых шапок и 2 одинаковых чёрных шапки? **б)** А если чёрные шапки нельзя надевать на стоящих рядом?

**Задача 7н.11.** **а)** У рыцаря есть цепь из 7 звеньев. Он должен каждый день оплачивать проживание, стоимость проживания — одно звено за день. Платить вперёд нельзя, но можно получать сдачу уже выданными кусками. Какое звено надо разъединить, чтобы получившимися кусками (включая разъединённое звено) рыцарь смог в итоге оплатить семидневное проживание? **б)*** А какие два звена надо разъединить у цепи из 23 звеньев, чтобы оплатить в итоге 23 дня?

## «Тест»-задачи

**Задача 8н.1.** В классе 25 учеников. Из них 13 любят яблоки, 10 любят груши, а 6 вообще не любят фрукты. Сколько ребят любят и яблоки, и груши?

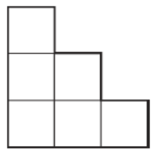
**Задача 8н.2.** В одном селе 250 домов. В некоторых домах по одной кошке, в половине остальных домов две кошки, а в оставшихся домах нет кошек. Сколько всего кошек живет в домах этого села?

**Задача 8н.3.** Сколькими способами можно разложить 10 одинаковых кусков сахара по двум разным чашкам?

**Задача 8н.4.** В магазине есть 5 разных чашек, 3 разных блюдца и 4 разных чайных ложки. Сколькими способами можно купить **а)** чашку с блюдцем; **б)** комплект из чашки, блюдца и ложки; **в)** два предмета с разными названиями?

**Задача 8н.5.** Отрезок длиной 26 см разделили на три не обязательно равных отрезка. Расстояние между серединами крайних отрезков равно 15 см. Найдите длину среднего отрезка.

## «Письменные» задачи



**Задача 8н.6.** Разрежьте квадрат $5\times5$ на прямоугольники $1\times4$ и $1\times3$ так, чтобы получилось всего 7 прямоугольников.

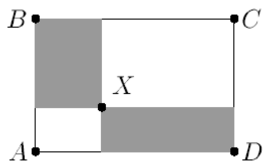
**Задача 8н.7.** На рисунке справа вы видите восьмиугольник-«лесенку». Сложите из нескольких таких «лесенок» восьмиугольник той же формы, но большего размера.


**Задача 8н.8.** Математик гуляет во дворе со своей собакой, несколько раз обходя дорожку. Дорожка имеет вид прямоугольника со сторонами 50 м и 30 м. Собаку он держит на поводке длиной 10 м. Нарисуйте на клетчатом листе участок двора, по которому сможет гулять собака, не обрывая поводка. (Собака может гулять и внутри, и снаружи дорожки. Сторону клетки возьмите за 5 м.)

**Задача 8н.9.** В деревне несколько домов. Житель деревни заметил интересное свойство: какие бы три дома ни выбрать, расстояние хотя бы между какими-то двумя из них равно 100 м. Нарисуйте пример расположения домов в деревне, если всего их **а)** 4; **б)** 5; **в)** 6. (Дома изображайте точками, вместо 100 м расстояние возьмите равным, например, 1 см.)

## «Устные» задачи

**Задача 8н.10.** В куче 50 камешков. Играют двое, за ход игрок делит любую одну из имеющихся куч на две кучи (в каждой хотя бы по камешку). Кто не может сделать ход — проиграл. Докажите, что в этой игре не важно, как делают ходы игроки: проигравшим всегда будет один и тот же. Кто это — начинающий или его соперник?




**Задача 8н.11.** Прямоугольник $ABCD$ разбит двумя прямыми, пересекающимися в точке $X$, на 4 прямоугольника (см. рис.). Докажите, что если $X$ лежит на диагонали $AC$, то площади закрашенных прямоугольников равны.

**Задача 8н.12.** **а)** Какое наибольшее количество трёхзначных чисел можно написать на доске так, чтобы все они оканчивались на разные цифры?
**б)** А так, чтобы любые два числа различались хотя бы в одной из двух последних цифр?
**в)** Даны целые числа, всего их 11. Докажите, что разность каких-то двух из этих чисел делится на 10.

**Задача 8н.13.** Десять хулиганов стояли все на разных расстояниях друг от друга. Каждый бросил мячик в ближайшего к себе. **а)** Докажите, что какие-то два хулигана бросили мячики друг в друга. **б)** Мог ли в каждого хулигана попасть ровно 1 мячик? **в)** Ответьте на вопрос пункта *б*, если всего хулиганов было 11.

### «Тест»-задачи

**Задача 9н.1.** Петя заметил, что оставшаяся часть суток вдвое больше прошедшей. В котором часу это было?

**Задача 9н.2.** Придумайте число, совпадающее с каждым из чисел 783, 285 и 765 ровно в одном разряде.

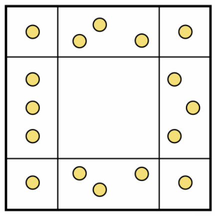
**Задача 9н.3.** Если все мальчики класса получат за контрольную тройки, а все девочки — четверки, то средний балл будет 3,2. Какой будет средний балл, если все мальчики получат четвёрки, а девочки — пятёрки? (Средний балл — это сумма всех оценок, делённая на количество школьников.)

**Задача 9н.4.** Все натуральные числа, начиная с единицы, записаны подряд в порядке их возрастания: 123456789101112... Какая цифра стоит в этой записи **а)** на 20-м месте; **б)** на 50-м месте?

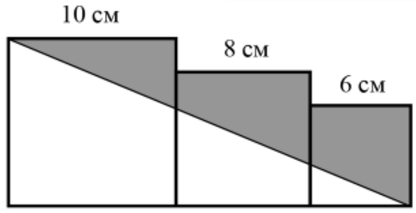
**Задача 9н.5.** Бумажный прямоугольник площади 20 см$^2$ разрезали на две части по отрезку, соединяющему середину одной стороны с вершиной противоположной стороны. Найдите площади этих частей. (Укажите через запятую числовое значение (в квадратных сантиметрах) площади меньшей части и площади большей части.)

**Задача 9н.6.** Сколькими способами можно на двух клетках полоски $1 \times 10$ поставить
**а)** крестик и нолик; **б)** два нолика?

### «Письменные» задачи



**Задача 9н.7.** Комендант расставил по стенам квадратного бастиона 16 часовых — по 5 человек на стену (см. рис.). **а)** Пришёл полковник и велел расставить этих же часовых по 6 человек на стену. **б)** Затем прёшел генерал и велел расставить их по 7 человек на стену. **в)** Тут явился маршал и велел расставить их по 8 человек на стену.
Выполните эти приказы.



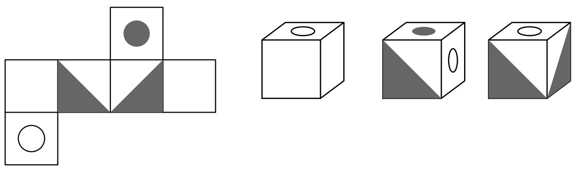

**Задача 9н.8.** Три квадрата со сторонами 10 см, 8 см, 6 см составили так, как показано на рисунке справа. Найдите площадь закрашенной фигуры.

**Задача 9н.9.** (*Шутка*) Хитрый преподаватель попросил 24 учеников математического класса встать в 6 рядов так, чтобы в каждом ряду было по 5 человек. Ребята не растерялись и выполнили задание. Нарисуйте, как.

**Задача 9н.10.** В освещённой комнате без мебели соседние стены соединяются под прямым углом (но стен может быть много, они могут быть разной длины, ...). Трое друзей встали в ней так, что не видят друг друга, как ни вертись. Могло ли так быть? (Если могло — нарисуйте пример комнаты и отметьте точками, где стоят трое друзей; если не могло — напишите доказательство.)

### «Устные» задачи

**Задача 9н.11.** Справа изображена развёртка куба. У каких кубиков, нарисованных рядом, может быть такая развёртка?



**Задача 9н.12.** **а)** Вася рвёт лист бумаги на 3 части, одну из получившихся частей — ещё на 3, и т.д. Сможет ли он разорвать лист ровно на 179 частей?
**б)** Тот же вопрос, если Вася сначала разрывает лист на 4 части и потом каждый раз рвёт одну из частей на 4 части.

**Задача 9н.13.** Петя вырезал из бумаги четырёхугольник. Он перегнул его по диагонали, и обе половинки в точности наложились друг на друга. Петя развернул четырёхугольники перегнул по другой диагонали, и половинки снова совпали. Обязательно ли тогда Петя вырезал из бумаги квадрат?

**Задача 9н.14.** Дана клетчатая доска. Играют двое, ходят по очереди, за ход разрешается вычеркнуть любую горизонталь или любую вертикаль, если в ней к моменту хода есть хотя бы одна невычеркнутая клетка. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Кто может обеспечить себе победу — начинающий или его партнёр, если доска имеет размеры **а)** $3 \times 3$ клетки; **б)** $4 \times 4$ клетки; **в)** $9 \times 10$ клеток.

### «Тест»-задачи

**Задача 10н.1.** Найдите сумму $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10$.

**Задача 10н.2.** Клоуны Бам, Бим и Бом вышли на арену в красной, синей и белой рубашках. Их ботинки тех же трёх цветов. У Бима ботинки и рубашка одного цвета. На Боме нет ничего красного. У Бама ботинки белые, а рубашка — нет. Каких цветов ботинки и рубашки у Бома и Бима? (Введите подряд 4 буквы, обозначающие цвета ботинок Бома, рубашки Бома, ботинок Бима, рубашки Бима, например: ксбб.)

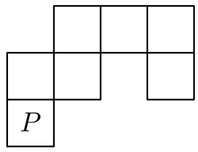
**Задача 10н.3.** У одного мальчика столько же сестёр, сколько и братьев, а у его сестры вдвое меньше сестёр, чем братьев. Сколько в этой семье братьев и сколько сестёр? (Введите числа через запятую без пробелов.)

**Задача 10н.4.** Увиделись Белов, Чернов и Рыжов. «Цвет волос одного из нас белый, другого — чёрный, третьего — рыжий, но ни у кого не соответствует фамилии», — сказал черноволосый. «Да», — согласился Белов. Каких цветов волосы у Белова, у Чернова и у Рыжова? (Введите подряд три буквы, обозначающие цвета, например: бчр.)

**Задача 10н.5.** Две машины ехали навстречу друг другу с постоянными скоростями. Первая выехала из Москвы в 10 ч утра и прибыла в Кострому в 15 ч, а вторая выехала из Костромы в 11 ч и прибыла в Москву в 16 ч. В котором часу они встретились?

### «Письменные» задачи

**Задача 10н.6.** На одной из клеток клетчатой фигуры нарисовали краской букву $P$ (см. рис.). На эту клетку поставили кубик с ребром, равным стороне клетки, и, перекатывая через рёбра, прокатили по фигуре. Отпечаток буквы появился на грани и всех клетках, куда становилась эта грань. Нарисуйте, где ещё появился отпечаток и как там отпечаталась буква.




**Задача 10н.7.** Поставьте знаки «+», «−», «×», «:» и скобки так, чтобы в итоге получилось 1 (при необходимости минус можно ставить и перед первой цифрой):
**а)** 1 2 3; **б)** 1 2 3 4; **в)** 1 2 3 4 5; **г)** 1 2 3 4 5 6; **д)** 1 2 3 4 5 6 7.

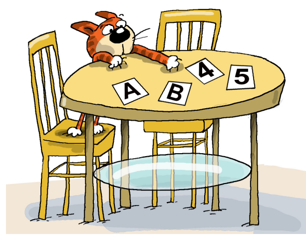
**Задача 10н.8.** **а)** Разрежьте клетчатый квадрат $3 \times 3$ по клеткам на 6 квадратов.
**б)** Разрежьте клетчатый квадрат $4 \times 4$ по клеткам на 7 квадратов.
**в)** Разрежьте клетчатый квадрат $4 \times 4$ по клеткам на 8 квадратов.
**г)** Разрежьте клетчатый квадрат $5 \times 5$ по клеткам на 10 квадратов.

**Задача 10н.9.** Из спичек сложили слово «ТОЛЯ». Переложите одну спичку и получите женское имя.

### «Устные» задачи

**Задача 10н.10.** Есть ведро объёмом 15 л, ведро объёмом 16 л и река. Как набрать из реки в одно из этих вёдер ровно 8 л воды? Других сосудов нет.

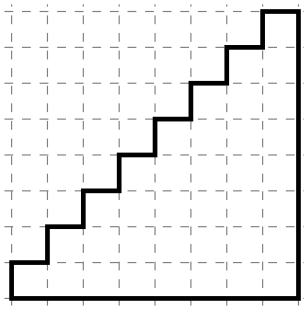
**Задача 10н.11.** На столе лежат четыре карточки (см. рисунок). На каждой из них с одной стороны — буква, а с другой — целое число. Какие карточки необходимо перевернуть, чтобы убедиться, верно ли такое утверждение про эти карточки: «если на какой-то стороне карточки — чётное число, то на другой её стороне — гласная буква»?




**Задача 10н.12.** Докажите, что любое число рублей, большее 3, можно заплатить, используя только монеты в 2 р и 5 р.

**Задача 10н.13.** **а)** В классе 10 школьников. Среди них никакие двое не получили за год поровну двоек. Какое наименьшее число двоек могли суммарно за год получить эти 10 школьников?
**б)** В лес по грибы пошли 11 грибников. Они собрали суммарно 50 грибов. Обязательно ли тогда какие-то двое собрали поровну грибов?

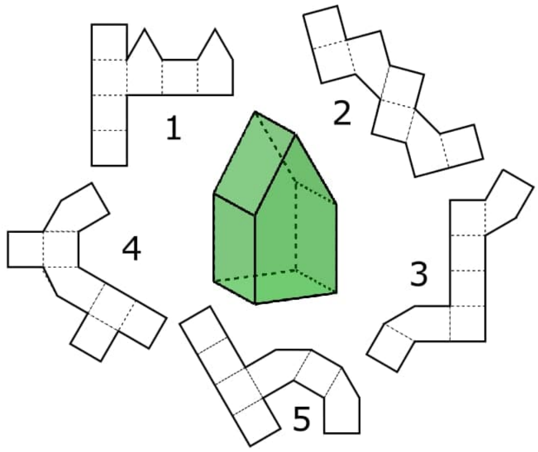
### «Тест»-задачи



**Задача 11н.1.** У человека на голове не больше 300 000 волос. Какое наибольшее число жителей может быть в городе, где у любых двух людей разное число волос на голове?

**Задача 11н.2.** «Лесенку» на рисунке справа раскрасили в чёрный и белый цвета в шахматном порядке так, что правый нижний угол — белый. Сколько получилось чёрных клеток и сколько белых? (Введите два числа подряд, через запятую.)

**Задача 11н.3.** В коробке лежат 30 фруктов: яблоки, груши и апельсины (каждый фрукт присутствует), причём груш в 14 раз больше, чем апельсинов. Сколько в коробке яблок?

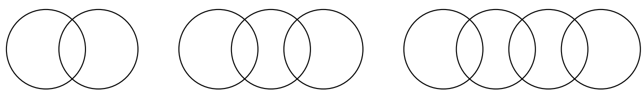



**Задача 11н.4.** На рисунке справа вы видите пять развёрток и домик. Из каких развёрток можно сложить такой домик?

**Задача 11н.5.** В ряд стоят Аня, Белла, Вера и Галя, у каждой в руке батончик Всего батончиков четыре: «Марс», «Сникерс», «Твикс» и «Баунти». У Ани не «Баунти» и не «Марс», девочка со «Сникерсом» стоит между Верой и девочкой с «Твиксом», у Гали не «Сникерс» и не «Баунти». Белла стоит между Галей и девочкой с «Марсом». У кого «Марс», у кого «Сникерс», у кого «Твикс» и у кого «Баунти»? (Введите начальные буквы имён девочек в нужном порядке, подряд и без запятых, например: АБВГ.)

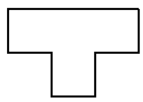
### «Письменные» задачи

**Задача 11н.6.** Нарисуйте каждую из цепочек справа, не отрывая карандаша от бумаги и не проводя никакую дугу дважды. Постарайтесь нарисовать рисунки так, чтобы было понятно, в каком порядке вы обводили каждую цепочку.



**Задача 11н.7.** Десять одинаковых монет образуют равносторонний треугольник, направленный вниз, как показано на рисунке. Переложите три монеты так, чтобы получился равносторонний треугольник, направленный вверх. (Укажите на рисунке стрелками, какие три монеты куда надо переместить.)

**Задача 11н.8.** Имеется много четырехклеточных фигурок в виде буквы «Т», как на рисунке справа. Как сложить из таких фигурок (без дырок и перекрытий) **а)** квадрат; **б)** букву «Т» той же формы, но большего размера? (Объясните, как это сделать или просто нарисуйте.)



### «Устные» задачи

**Задача 11н.9.** Есть три клетчатых коврика размером $10 \times 10$, раскрашенные в шахматном порядке в два цвета. Хулиган Вася испортил их: из первого он вырезал угловую клетку, из второго — две угловые клетки на одной стороне коврика, из третьего — две противоположные угловые клетки (лежащие на одной диагонали).

**а)** Удастся ли разрезать первый коврик на прямоугольные кусочки размера $1 \times 2$?

**б)** А второй коврик?

**в)** А третий коврик?

(В каждом пункте либо объясните, как это сделать (словами или рисунком), либо докажите, что это невозможно.)

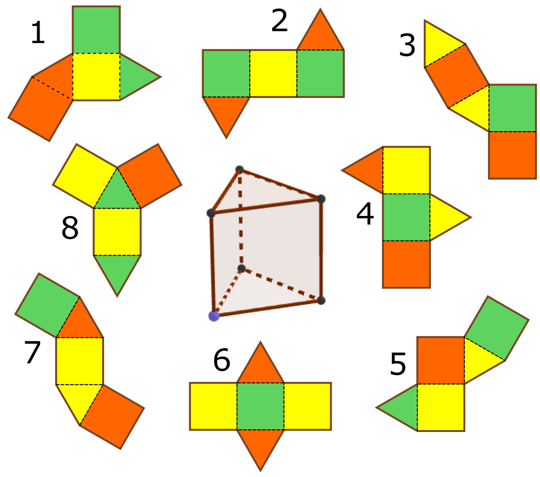
**Задача 11н.10.** В порядке возрастания веса лежат 10 камней. Есть чашечные весы без гирь. За какое наименьшее число взвешиваний можно проверить, верно ли, что любая пара камней тяжелее любого одного камня?

**Задача 11н.11.** У окна стоят четыре девочки (рисунок справа). Каких двух девочек надо попросить повернуться, чтобы выяснить, истинно ли утверждение: «Если девочка без очков, то у нее в волосах бантик»?

**Задача 11н.12.** Докажите, что квадрат можно разрезать на любое число квадратов, начиная с 6.

## «Тест»-задачи

**Задача 12н.1.** В одной школе работают три друга: математик, историк и химик. Их фамилии Шишкин, Ёлкин и Палкин. У историка нет ни братьев, ни сестёр, и он самый младший из друзей. Палкин, женатый на сестре Шишкина, старше математика. Назовите профессии Шишкина, Ёлкина и Палкина (введите подряд в нужном порядке первые буквы, слитно, например: имх).




**Задача 12н.2.** В коробке лежат ручки: 7 красных и 5 синих. Какое наименьшее количество ручек надо взять, не глядя, чтобы среди них обязательно было не менее 2 красных и не менее 3 синих?

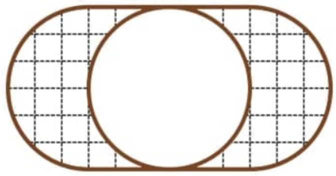
**Задача 12н.3.** На рисунке справа вы видите призму и 8 развёрток. Из каких двух развёрток, если их сложить по пунктирным линиям, получатся одинаково раскрашенные призмы?
(Укажите номера развёрток в порядке возрастания через запятую.)

**Задача 12н.4.** На окружности даны 100 точек. Кузнечик прыгает по точкам по часовой стрелке, пока не вернётся в исходную точку. Сколько всего разных точек он посетит, если он прыгает не подряд, а
**а)** через одну точку; **б)** через 3 точки; **в)** через 2 точки?

**Задача 12н.5.** Приведите пример такого натурального числа, что при умножении его на 1010010001 получается число без нулей в десятичной записи.

## «Письменные» задачи

**Задача 12н.6.** Раскрасьте доску $5 \times 5$ в 3 цвета так, чтобы любой прямоугольник $1 \times 3$ был трёхцветным.



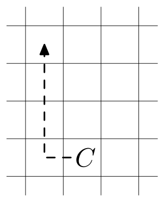
**Задача 12н.7.** На что пойдёт больше краски: на покраску квадрата со стороной 6 клеток или на покраску необычного кольца, которое вы видите на рисунке?

**Задача 12н.8.** Разрежьте какой-нибудь квадрат на 9 квадратов: 5 одинаковых, ещё 3 одинаковых другого размера, и ещё один квадрат третьего размера.

**Задача 12н.9.** Встретились 4 человека. Каждый назвал свою фамилию, имя и отчество. Оказалось, что никакое имя, никакое отчество и никакая фамилия не были названы более двух раз. Но при этом у каждых двух человек совпало хотя бы что-то: имя, отчество или фамилия. Могло ли так быть? (Если да — приведите пример: напишите фамилии, имена, отчества всех четверых, если нет — докажите.)

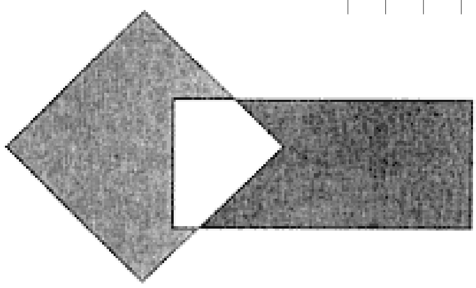
## «Устные» задачи

**Задача 12н.10.** **а)** Зритель задумал одну из 100 различных карт. За ход фокусник раскладывает все карты на 10 кучек и узнаёт у зрителя, в какой группе задуманная карта. Как фокуснику за два вопроса наверняка узнать задуманную карту? **б)** Пусть теперь фокусник каждый раз раскладывает все карты на 5 кучек. Как ему наверняка узнать карту за три вопроса?




**Задача 12н.11.** **а)** Шахматный слон ходит по диагонали на любое число клеток. Сможет ли он за несколько ходов попасть с исходного поля на соседнее (имеющее общую сторону с исходным)?
**б)** Тот же вопрос про фигуру «сайгак» которая ходит по доске ходами типа $(1, 3)$: сдвигается на соседнее поле и ещё на 3 поля в перпендикулярном направлении (на рисунке дан пример хода).

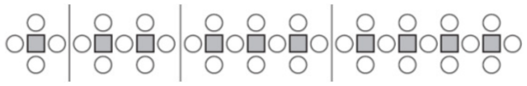
**Задача 12н.12.** Прямоугольник $4 \times 9$ произвольно наложили на квадрат $6 \times 6$, как показано на рисунке справа. Докажите, что площади закрашенных частей прямоугольника и квадрата равны.



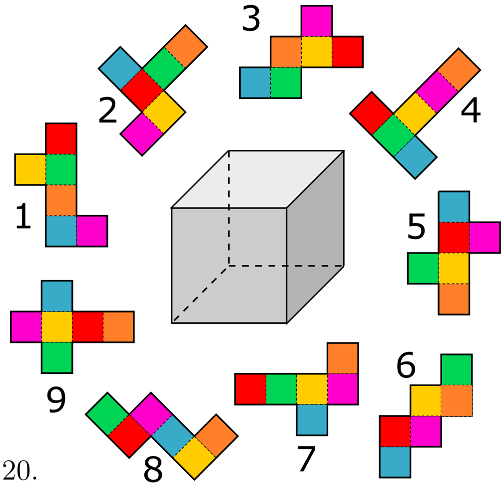
**Задача 12н.13.** На каждой клетке доски $5 \times 5$ сидело по жуку. По сигналу каждый жук переполз на одну из соседних клеток (соседними считаются клетки, имеющие общую сторону). При этом в каких-то клетках могло оказаться несколько жуков, а какие-то клетки могли стать пустыми.
**а)** Могла ли остаться пустой ровно одна клетка?
**б)** Могло ли вовсе не остаться пустых клеток?

## «Тест»-задачи

**Задача 13н.1.** На сколько 1024 больше, чем $1 + 2 + 4 + 8 + 16 + 32 + 64 + 128 + 256 + 512$?



**Задача 13н.2.** На рисунке справа вы видите 4 фигурки. В первой фигурке один квадратик и 4 кружка. Каждая следующая фигурка удлиняет предыдущую по некоторому правилу. Если продолжать рисовать фигурки дальше, то **а)** сколько квадратиков будет в 10-й по счёту фигурке? **б)** сколько кружков будет в 10-й по счёту фигурке?

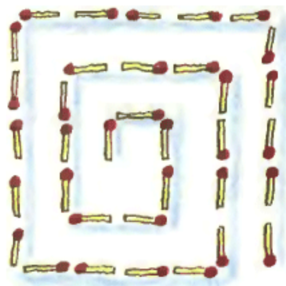



**Задача 13н.3.** Нептуну служат осьминоги с 6-ю, 7-ю и 8-ю ногами. Те, у кого 7 ног, всегда лгут, а у кого 6 или 8 ног, всегда говорят правду. Встретились 4 осьминога. Синий сказал: «Вместе у нас 28 ног», белый: «Вместе у нас 27 ног», жёлтый: «Вместе у нас 26 ног», рыжий: «Вместе у нас 25 ног». У кого сколько ног? (Введите подряд число ног синего, белого, жёлтого и рыжего осьминогов, например: 6788.)

**Задача 13н.4.** На рисунке справа вы видите кубик и 9 развёрток. Из каких трёх развёрток можно сложить одинаковые по раскраске кубики? (Укажите их номера подряд по возрастанию, например: 129.)

**Задача 13н.5.** Найдите наименьшее натуральное число с суммой цифр 20.

## «Письменные» задачи



**Задача 13н.6.** На стол положили 35 спичек так, как показано на рисунке справа. Получилась спираль, «закрученная» по часовой стрелке. Переложите четыре спички так, чтобы получилась такая же спираль, закрученная против часовой стрелки.

**Задача 13н.7.** Разделите квадрат $6 \times 6$ на трёхклеточные уголки так, чтобы никакие два уголка не образовывали прямоугольник $2 \times 3$.

**Задача 13н.8.** **а)** Можно ли заменить звёздочки в равенстве $1{*}2{*}3{*}4{*}5{*}6{*}7{*}8 = 0$ на знаки «+» и «−» так, чтобы оно стало верным? **б)** А в равенстве $1{*}2{*}3{*}4{*}5{*}6{*}7 = 0$?

## «Устные» задачи

**Задача 13н.9.** В трёх урнах лежат шары: в одной — два белых, в другой — два чёрных, в третьей — белый и чёрный. На урнах висят стикеры ББ, ЧЧ и БЧ, но содержимое ни одной из урн не соответствует стикеру. Вы можете вытащить всего один шар из любой урны, по вашему выбору, после чего должны будете определить, в какой урне что лежит. Как это сделать?

**Задача 13н.10.** Справа даны 4 одинаковых кубика. Сколько точек на нижней грани нижнего кубика?

**Задача 13н.11.** Гномы и эльфы сидят за круглым столом: всего 10 существ, через равные промежутки друг от друга. Гномов больше половины, но есть и хотя бы один эльф. Обязательно ли найдутся:

**а)** какие-то два гнома, сидящие друг напротив друга?

**б)** какие-то два гнома, сидящие рядом?

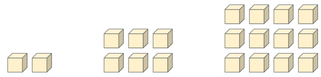
**в)** какие-то три гнома, сидящие рядом?

**г)** гном и эльф, между которыми ровно одно существо?

**Задача 13н.12.** **а)** Петя и Вася одновременно прыгнули на озере с плота и поплыли в разные стороны. Через 5 минут они развернулись и поплыли к плоту. Кто вернулся раньше? (Каждый плыл равномерно со своей скоростью.) **б)** А если дело было на реке с постоянным течением, и Петя, спрыгнув, поплыл по течению, а Вася — против?

**Задача 13н.13.** Может ли жук проползти по всем клеткам доски $7 \times 9$, переходя с клетки на соседнюю (по стороне), так, чтобы побывать на каждой клетке по одному разу и вернуться в исходную клетку?

### «Тест»-задачи



**Задача 14н.1.** На рисунке справа — 3 набора кубиков. В первом наборе 2 кубика, во втором 6, в третьем 12, наборы нарисованы по некоторому правилу. Если продолжать рисовать наборы дальше, сколько кубиков будет в 10-м по счёту наборе?

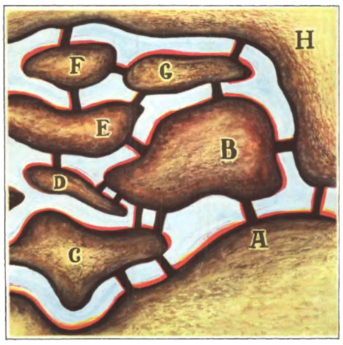

**Задача 14н.2.** В горизонтальный бассейн шириной 20 м и длиной 100 м налили 1 000 000 литров воды. Какая будет глубина воды в бассейне, в сантиметрах?

**Задача 14н.3.** Петя купил 2 шоколадки и 1 баточник, а Вася — 2 батончика и 1 шоколадку. Петя потратил на 40 рублей больше. Сколько стоит батончик (в рублях), если шоколадка в 2 раза дороже?

**Задача 14н.4.** Сколькими способами можно, продвигаясь от буквы к букве, прочитать на рисунке справа слово «треугольник»? (Один из маршрутов там указан.)

**Задача 14н.5.** У каждого двузначного числа нашли произведение цифр, и полученные произведения сложили. Сколько получилось?

### «Письменные» задачи




**Задача 14н.6.** Разрежьте прямоугольник $3 \times 9$ на 8 квадратов.

**Задача 14н.7.** На рисунке справа изображён план города. Можно ли составить маршрут прогулки так, чтобы пройти по каждому мосту ровно один раз?

**Задача 14н.8.** Придумайте 3 целых числа, которые друг на друга не делятся, но произведение любых двух делится на третье.

**Задача 14н.9.** На синей окружности отмечены 10 чёрных точек и одна красная. Чего больше: отрезков, у которых оба конца чёрные, или треугольников с двумя чёрными вершинами и одной красной? Ответ объясните.

**Задача 14н.10.** Приведите пример расшифровки ребуса $\frac{Р\cdot Е\cdot Ш\cdot А\cdot Й}{У\cdot С\cdot Т\cdot Н\cdot О} = 7$, если каждая буква — это одно из чисел от 1 до 10, причём разные цифры заменены разными буквами. После расшифровки должно получиться верное равенство.

### «Устные» задачи

**Задача 14н.11.** В лесу есть несколько полянок, они соединены непересекающимися тропинками. Лесник, живущий на одной из полянок, пошёл за грибами, к полудню побывал на всех полянках и на какой-то из них остановился передохнуть. Известно, что лесник прошёл каждую тропинку ровно один раз, причём на самой большой полянке побывал трижды. Сколько пройденных лесником тропинок ведёт к самой большой полянке, если она была на его пути **а)** не первой и не последней? **б)** первой, но не последней? **в)** первой и последней?

**Задача 14н.12.** Прямоугольный брикет хозяйственного мыла 140 раз использовали для мытья рук, в результате чего все его размеры (длина, ширина, высота) уменьшились в 2 раза. Сколько раз удастся вымыть руки оставшимся кусочком? (На каждое мытьё рук тратится одно и то же количество мыла.)

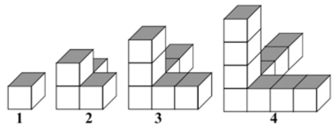
**Задача 14н.13.** 49 одноцентовых монет лежат в ряд слева направо, а правее их всех лежит монета в 1 доллар. Играют двое, за ход можно взять 1 или 3 монеты с левого края. Кто из играющих — начинающий или его соперник — может обеспечить себе монету в 1 доллар?

**Задача 14н.14.** Можно ли разбить доску $7 \times 7$ на два непересекающихся клетчатых маршрута так, чтобы в каждом маршруте соседние клетки имели общую сторону, маршруты не проходили бы дважды по одной клетке, и чтобы **а)** один маршрут был замкнутый, а другой — нет; **б)** оба маршрута были замкнутыми?

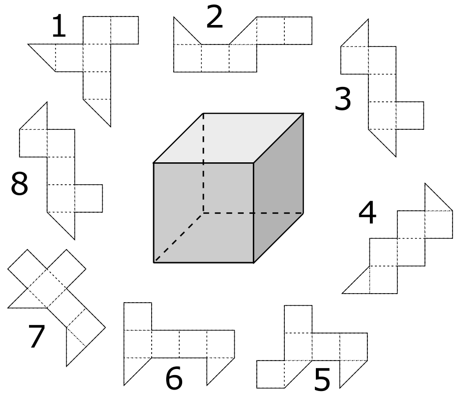
### «Тест»-задачи

**Задача 15н.1.** Число, равное миллиону миллионов, раньше называли словом «легион». Сколько получится, если разделить миллион легионов на легион миллионов?

**Задача 15н.2.** На рисунке справа — 4 фигуры из кубиков. В первой фигуре 1 кубик, во второй 4, в третьей 7, фигуры составлены по некоторому правилу. Если продолжать составлять фигуры дальше, сколько кубиков будет в 10-й по счёту фигуре?




**Задача 15н.3.** По одну сторону длинного коридора в ряд расположены несколько кабинетов. Бюрократы Иванов и Петров работают в соседних кабинетах. Если считать с одного из краёв коридора, кабинет Иванова будет 17-м по счёту. Если считать с другого конца коридора, кабинет Петрова будет 9-м по счёту. Сколько всего кабинетов может быть в этом коридоре? (Введите ответы подряд, по возрастанию, через запятую.)




**Задача 15н.4.** От безделья Петя ставил точки на листе бумаги, всего получилось 5 штук. Потом он решил провести через каждую пару точек прямую и подсчитать, сколько разных прямых получится.

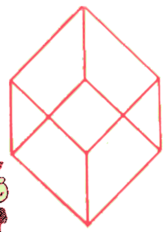
**а)** Сколько прямых минимум он мог провести?

**б)** Сколько прямых максимум он мог провести?

**Задача 15н.5.** На рисунке справа вы видите кубик и 8 развёрток. Из каких четырёх развёрток, согнув их по пунктирным линиям, можно сложить кубик? (Укажите номера развёрток в порядке возрастания через запятую.)

### «Письменные» задачи

**Задача 15н.6.** Пешеход обошёл несколько улиц одного города, пройдя каждую ровно два раза, но не смог обойти их, пройдя каждую лишь раз. Могло ли такое быть?



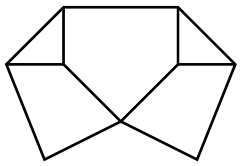
**Задача 15н.7.** Не отрывая карандаша от бумаги, проведите линию, пересекающую по одному разу все 16 отрезков, из которых составлена плоская фигура на рисунке.

### «Устные» задачи

**Задача 15н.8.** Имеется много одинаковых груш и одинаковых яблок.

**а)** Если груша легче двух яблок, то обязательно ли тогда две груши легче трёх яблок?

**б)** Если две груши легче яблока, то обязательно ли тогда три груши легче двух яблок?



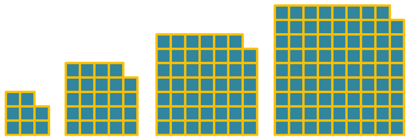
**Задача 15н.9.** Можно ли прогуляться по парку и его окрестностям (см. рисунок справа) так, чтобы при этом перелезть через каждый забор ровно по одному разу?

**Задача 15н.10.** Траулер поймал в сеть несколько акул и загрузил их в трюм. Но в трюме образовалась пробоина, и в первую же минуту из трюма удрали половина всех акул и ещё пол акулы. Во вторую минуту удрали половина оставшихся акул и ещё пол акулы, и т. д.: каждую следующую минуту удирали половина имеющихся акул и ещё пол акулы. В итоге все акулы удрали за 5 минут. **а)** Сколько акул удрало в последнюю из этих 5 минут? **б)** А сколько — в предпоследнюю? **в)** Сколько всего акул изначально поймал траулер?

## «Тест»-задачи

**Задача 16н.1.** Петя, подымаясь по лестнице, наступал на каждую вторую ступеньку, включая первую и последнюю. Вася, подымаясь по той же лестнице, наступал на каждую третью ступеньку, включая первую и последнюю. Сколько всего ступенек на лестнице, если ровно на 5 ступенек наступили оба мальчика?

**Задача 16н.2.** На рисунке справа — 4 фигуры из квадратиков. В первой фигуре 8 квадратиков, во второй — 24, в третьей — 48, в четвёртой — 80, фигуры составлены по некоторому правилу. Если продолжать составлять фигуры дальше, сколько квадратиков будет в следующей, 5-й фигуре?



**Задача 16н.3.** Для олимпиады по информатике нужны 100 свободных розеток. Есть лишь одна розетка с электричеством и удлинители, каждый на 4 розетки. Какого минимального количества удлинителей хватит?

**Задача 16н.4.** Ребята стоят по кругу и считаются: 1-й остается в круге, следующий по часовой стрелке (2-й) выходит из круга, следующий (3-й) остается, 4-й выходит, и т. д., через одного по кругу. Кто останется последним, если вначале ребят стояло **а)** 4; **б)** 8; **в)** 9; **г)** 16; **д)** 33?

## «Письменные» задачи

**Задача 16н.5.** Можно ли разрезать квадрат $5 \times 5$ на прямоугольники двух видов: $1 \times 4$ и $1 \times 3$ так, чтобы получилось 7 прямоугольников?

**Задача 16н.6.** Нарисуйте на листе 6 точек и несколько отрезков с концами в этих точках так, чтобы отрезки не пересекались и каждая точка была соединена ровно **а)** с 2-мя; **б)** с 3-мя; **в)** с 4-мя другими точками.

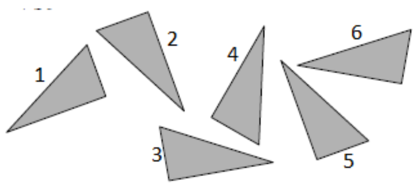
**Задача 16н.7.** Обойдите фигуру, изображённую на рисунке справа, не отрывая карандаша от бумаги и не проходя дважды вдоль одной линии (самопересечения разрешаются).



**Задача 16н.8.** Из кубиков, занумерованных числами от 1 до 10, сложили некоторую фигуру, как показано на рисунке справа. Переложите кубики так, чтобы получилась такая же фигура, но каждый кубик соприкасался бы только с такими кубиками, с которыми он до этого не соприкасался.


## «Устные» задачи

**Задача 16н.9.** Справа вы видите несколько одинаковых треугольников. У них одна и та же форма и один и тот же размер. Но ровно один из треугольников в некотором смысле отличается от других (а другие в этом смысле не отличаются один от другого). Найдите этот треугольник, ответ объясните.




**Задача 16н.10.** В ряд выписаны 10 чисел: 1-е равно 3, сумма любых трёх подряд равна 15. Можно ли наверняка угадать **а)** 10-е число; **б)** 5-е число; **в)** сумму всех 10 чисел?

**Задача 16н.11.** На прямой через равные промежутки стоят 10 точек, занимая отрезок длины $a$. На другой прямой через те же промежутки стоят 100 точек, занимая отрезок длины $b$. Во сколько раз $b$ больше $a$?

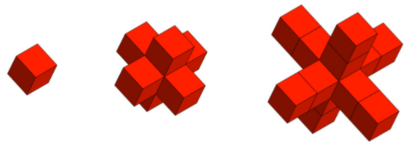
**Задача 16н.12.** Петя и Вася играют на 20-клеточной полоске: Петя в свой ход выбирает пустую клетку и ставит туда плюс, а Вася в свой ход выбирает пустую клетку и ставит туда минус. Ходят по очереди, начинает Петя. Нельзя ставить рядом (в соседние клетки) одинаковые знаки. Кто не может сделать ход — проиграл. Кто может обеспечить себе победу?

---

**ВАЖНОЕ ОБЪЯВЛЕНИЕ.** На следующем, 17-м занятии (28 декабря), будут тестовые и письменные задачи и разбор 16-го занятия (устного приёма не будет). Задачи 17-го занятия можно будет сдавать 2 недели — все каникулы. Получится настоящая домашняя олимпиада. Обычные онлайн-занятия возобновятся 11 января.

**«Тест»-задачи**

**Задача 17н.1.** На рисунке справа в 1-й фигуре — 1 кубик, во 2-й — 7, в 3-й — 13. Если составлять фигуры дальше, сколько кубиков будет в 10-й фигуре?



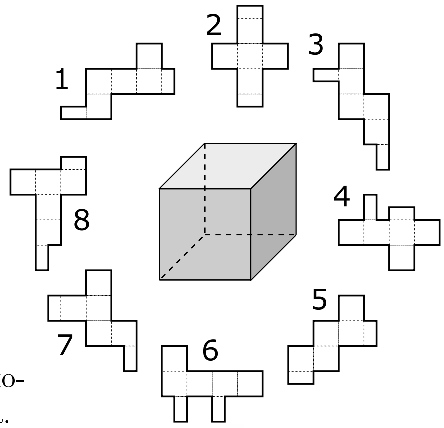
**Задача 17н.2.** Если из одной стопки тетрадей переложить в другую 5 штук, то тетрадей в стопках будет поровну. На сколько в одной стопке больше тетрадей, чем в другой?

**Задача 17н.3.** По гигантской секвойе ползёт гусеница. За день она поднимается на 6 метров, а за ночь спускается на 4 метра. За сколько дней она доползёт до вершины, если высота секвойи 100 метров?

**Задача 17н.4.** В королевстве работают 40000 чиновников с одинаковыми зарплатами. Король заметил, что среди них много бездельников. Министр предложил уменьшить число чиновников на 50%, но повысить зарплату каждого оставшегося на 50%. На сколько процентов уменьшатся расходы на содержание чиновников?

**Задача 17н.5.** В неком месяце 3 среды были в четные числа. Какой день недели был 7 числа этого месяца?

**Задача 17н.6.** Катер и плот вышли одновременно из Нижнего Новгорода вниз по Волге. Катер дошёл до Астрахани за 5 суток и сразу поплыл обратно. Через сколько суток он встретит плот?




**Задача 17н.7.** На рисунке справа вы видите кубик и 8 развёрток. Из каких четырёх развёрток, согнув их по пунктирным линиям, можно сложить кубик? (Укажите номера развёрток в порядке возрастания через запятую.)

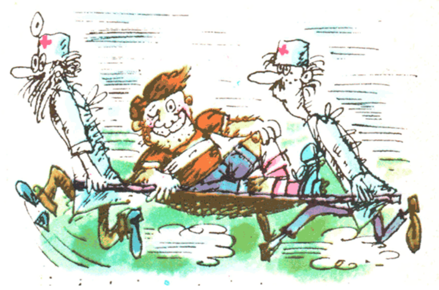
**Задача 17н.8.** На городских электронных часах высвечивается время: часы и минуты. Сколько времени в сутки на этих часах высвечивается хотя бы в одном месте цифра 2 (введите ответ в минутах)?

**Задача 17н.9.** Каждую сторону прямоугольника увеличили на 3 см, его площадь увеличилась на 39 см$^2$. Найдите периметр исходного прямоугольника.

**Задача 17н.10.** «Пете позавчера было 10 лет, а в следующем году будет 13.» Какой тогда сегодня день и когда день рождения у Пети? (Введите две даты подряд через запятую, каждую дату — тоже через запятую, например: 03,05,29,11 означает, что сегодня 3 мая, а Петя родился 29 ноября.)

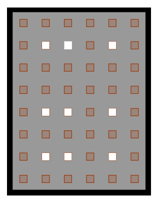

**Задача 17н.11.** В классе число отсутствующих учеников равно 1/4 числа присутствующих. После того, как из класса вышел один ученик, число отсутствующих учеников стало равно 1/3 числа присутствующих. Сколько учеников в этом классе?

**Задача 17н.12.** Цепь состоит из 20 звеньев и вытянута в прямую линию. Каждое звено имеет форму кольца толщиной 2 см, а диаметр «дырки» в кольце равен 8 см. Какова длина этой цепи?



**Задача 17н.13.** Средний возраст одиннадцати игроков футбольной команды равен 22 годам. Во время матча один игрок получил травму и ушёл с поля. Средний возраст оставшихся на поле игроков стал равен 21 году. Сколько лет футболисту, получившему травму?

**Задача 17н.14.** **а)** В магазине продаются 8 ёлок. Сколько есть способов выбрать две из них? **б)** А три из них? **в)** На стене дома окна расположены в виде прямоугольника $6\times 8$. Момент назовём счастливым, если ровно в 9 из них горит свет, и освещённые окна образуют прямоугольную сетку $3\times 3$ (пример см. на рисунке). Сколько всего разных конфигураций счастливых моментов?



**Задача 17н.15.** Прочитайте стихотворение и ответьте на заданный в нём вопрос.

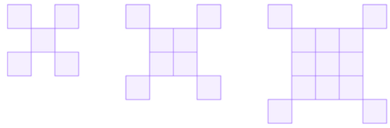
На ёлке волшебной гирлянды горят.
А рядом две тысячи двадцать рябят.
А нет, вон Егорка ещё прибежал.
О сладких подарках он только узнал.

Мешок Дед Мороза, конечно, велик.
Но столько подарков носить не привык.
На помощь Снегурочка Деду пришла
Мешку подарила чуть-чуть волшебства.

Теперь два подарка лишь только отдашь,
Так сразу в мешке один новый создашь.
Так сколько подарков придётся нести,
Чтоб всех одарить и пустому пойти?

**Задачи этого занятия можно сдавать в телеграмм-боте до 19 часов субботы 9 января.**
**Обычные онлайн-занятия возобновятся 11 января. С НОВЫМ ГОДОМ!!!**

## «Тест»-задачи



**Задача 18н.1.** На рисунке в 1-й фигуре — 5 квадратиков, во 2-й — 8, в 3-й — 13. Если составлять фигуры дальше, сколько квадратиков будет в 5-й фигуре?

**Задача 18н.2.** На какую цифру оканчивается произведение всех нечётных чисел от 1 до 179?

**Задача 18н.3.** На батоне колбасы нарисованы тонкие поперечные кольца. Если разрезать по красным кольцам, получится 2 куска, если по жёлтым — 3 куска, а если по зелёным — 4 куска. Сколько кусков колбасы получится, если разрезать батон по кольцам всех трёх цветов?

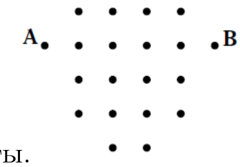
**Задача 18н.4.** Петя выписал в порядке возрастания все трёхзначные числа, в записи которых используются цифры 1, 2, 3 по одному разу. На каком месте стоит число 312?

**Задача 18н.5.** Из куба $3 \times 3 \times 3$ вырезали центральный «крест» из 7 кубиков. Из скольких квадратиков $1 \times 1$ состоит поверхность получившейся фигуры?

**Задача 18н.6.** 25 слив стоят столько долларов, сколько слив можно купить на 1 доллар. Сколько стоит слива? (Дайте ответ в центах.)

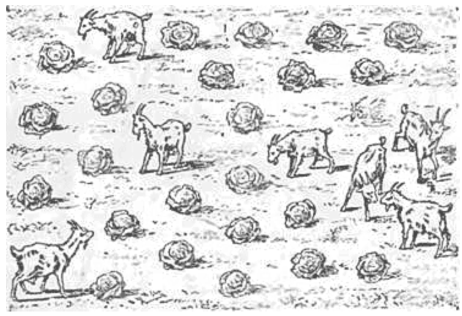
## «Письменные» задачи

**Задача 18н.7.** Разрежьте какой-нибудь клетчатый прямоугольник по прямой на две клетчатые части, одна из которых — квадрат, а другая по площади в 5 раз меньше исходного прямоугольника.




**Задача 18н.8.** На рисунке вы видите 20 точек. Проведите линию кратчайшей длины так, чтобы она начиналась в $A$, заканчивалась в $B$ и проходила бы через все точки.
(Замечание: все точки расположены в узлах квадратной сетки.)

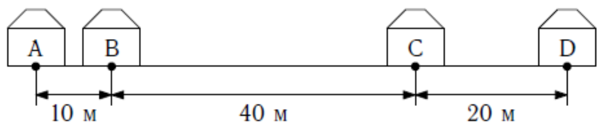
**Задача 18н.9.** Проведите три прямые линии так, чтобы отделить на рисунке коз от капусты.



**Задача 18н.10.** Пусть у вас имеется палочка длиной 9 см. Сделайте на ней всего три засечки так, чтобы любое целое число сантиметров от 1 до 9 равнялось бы расстоянию или между какими-то двумя засечками, или между засечкой и концом палочки, или между концами палочки.

## «Устные» задачи

**Задача 18н.11.** При замерзании вода увеличивается на $\frac{1}{9}$ часть своего объёма. На какую часть своего объёма уменьшится лёд при обратном превращении в воду?

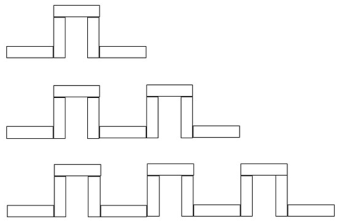



**Задача 18н.12.** В деревне вдоль дороги расположены четыре дома. Расстояния между ними указаны на рисунке. В деревне решили поставить колодец. Где его нужно расположить, чтобы сумма расстояний до всех домов была как можно меньше?

**Задача 18н.13.** В коробке **а)** 4; **б)** 7; **в)** 8 спичек. Петя и Вася по очереди берут из коробка не более половины имеющихся там спичек. Проигрывает тот, у кого нет хода. Кто может обеспечить себе победу?

**Задача 18н.14.** Две машины одновременно выехали из $A$ в $B$. Первая первую половину *пути* ехала со скоростью 100 км/ч, а вторую — со скоростью 80 км/ч. Вторая половину *времени*, затраченного ею на весть путь, ехала со скоростью 100 км/ч, а вторую — со скоростью 80 км/ч. Кто раньше прибыл в $B$?

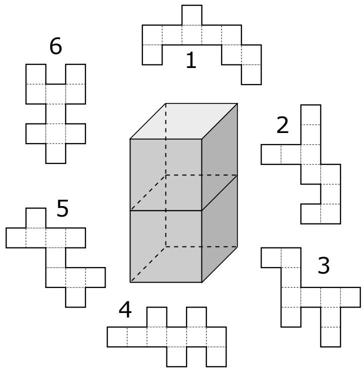
### «Тест»-задачи



**Задача 19н.1.** На рисунке в 1-й фигуре — 5 прямоугольников, во 2-й — 9, в 3-й — 13. Если составлять фигуры дальше, сколько прямоугольников будет в 10-й фигуре?

**Задача 19н.2.** В магазине на каждой из книжных полок находится 10 книг. Все книги разные. Петя хочет купить две книги, но так, чтобы они были с разных полок. Сколько у него есть вариантов покупки, если всего полок **а)** 2; **б)** 3?

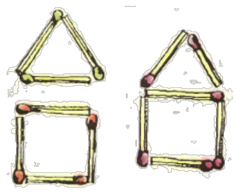
**Задача 19н.3.** Замените звёздочки натуральными числами так, чтобы получилось верное равенство: $\frac{5}{*} - \frac{*}{3} = \frac{1}{6}$. (Введите через запятую первое число и второе.)




**Задача 19н.4.** На рисунке справа вы видите фигурку из двух кубиков и 8 развёрток. Из каких трёх развёрток, согнув их по пунктирным линиям, можно сложить эту фигурку? (Укажите номера развёрток в порядке возрастания через запятую.)

**Задача 19н.5.** В таблицу $5 \times 5$ впишите числа 1, 2, 3, 4 и 5, каждое — 5 раз, так чтобы сумма чисел в любом квадрате $2 \times 2$ была одной и той же. (Введите подряд 25 чисел через пробел: сначала числа первой строки (слева направо), потом — числа второй строки (слева направо), . . . , и так до 5-й строки включительно.)

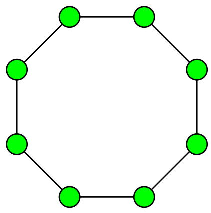
### «Письменные» задачи



**Задача 19н.6.** Нарисуйте на клетчатой бумаге четырёхугольник, у которого вершины лежат в вершинах клеток, все стороны равны, но он не квадрат.

**Задача 19н.7.** Сложите 10 фигур из ровно 36 спичек так, чтобы каждая фигура была треугольником, квадратом или домиком, как на рисунке, и все виды фигур присутствовали.

### «Устные» задачи



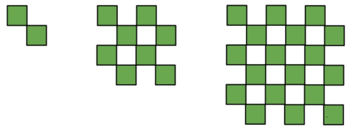
**Задача 19н.8.** Пете задали прочесть повесть. В понедельник он прочёл половину повести, во вторник — треть от того, что осталось, а в среду он прочитал в два раза меньше, чем суммарно за понедельник и вторник. Удалось ли Пете прочесть повесть?

**Задача 19н.9.** Играют двое: по очереди ставят фишки, среди которых 2 белые, 2 синие, 2 красные и 2 жёлтые, в кружочки фигуры (см. рисунок справа). Как второму игроку добиться того, чтобы любые 4 подряд стоящие фишки были разного цвета?

**Задача 19н.10.** В селе $A$ живут 100 детей, а в селе $B$ — 200. Где надо построить школу, чтобы сумма расстояний, проходимых детьми от сёл к школе (напрямую), была наименьшей?

**Задача 19н.11.** На прямой реке есть две пристани: «Приток» и «Устье». Корабль, двигаясь с постоянной скоростью относительно реки, проплыл от «Притока» до «Устья» и обратно всего за 120 часов. **а)** Что корабль делал дольше: плыл по течению или плыл против течения? **б)** Больше или меньше 120 часов потратит корабль, если проплывёт с той же скоростью удвоенное расстояние между «Притоком» и «Устьем», двигаясь по озеру?

### «Тест»-задачи



**Задача 20н.1.** На рисунке в 1-й фигуре — 2 квадратика, во 2-й — 8, в 3-й — 18. Если составлять фигуры дальше, сколько квадратиков будет в 10-й фигуре?

**Задача 20н.2.** Андрею задали прочитать из учебника страницы с 47-й по 59-ю. Сколько страниц должен прочитать Андрей?

**Задача 20н.3.** Введите подряд 10 цифр так, чтобы первая цифра равнялась 9, предпоследняя — 5, и чтобы сумма любых трёх подряд идущих цифр равнялась 14.

**Задача 20н.4.** Придумайте семизначное число без нулей, которое делится на 17.

**Задача 20н.5.** На столе яблок на 4 меньше, чем яблок и груш вместе, а груш на 7 меньше, чем яблок и груш вместе. Сколько на столе яблок и сколько груш? (Введите подряд два числа без пробела.)

**Задача 20н.6.** Бес предложил лентяю: «Каждый раз, как ты перейдёшь этот мост, твои деньги удвоятся. Но за это, перейдя мост, ты отдашь мне 40 рублей». Дважды перешёл лентяй мост — и остался совсем без денег. Сколько денег было у лентяя в начале?

### «Письменные» задачи

**Задача 20н.7.** Поставьте 4 фишки на клетчатую доску размером $8 \times 8$ так, чтобы любой квадрат $3 \times 3$ со сторонами, идущими по линиям сетки, содержал ровно одну фишку.

**Задача 20н.8.** На листе нарисовали три жирных замкнутых линии и три тонких замкнутых линии. Линии не пересекают ни сами себя, ни друг друга. Затем на линии положили листок бумаги, как показано справа, и при этом одну линию накрыли целиком, а остальные линии частично видны. Приведите пример возможного исходного рисунка.

### «Устные» задачи

**Задача 20н.9.** Можно ли налить 50 л молока в три бидона так, чтобы в 1-м бидоне было на 10 л больше, чем во 2-м, а во 2-м — на 21 л больше, чем в 3-м?

**Задача 20н.10.** Среди 15 монет все одинаковые и настоящие, кроме одной, фальшивой. По виду фальшивая монета не отличается, но её вес другой. Есть чашечные весы, показывающие, равны ли веса на чашах, а если нет, то какая из двух чаш перевесила. За два взвешивания определите, чей вес больше — фальшивой монеты или настоящей.

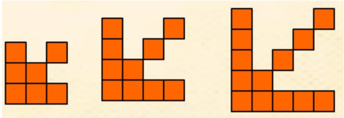
**Задача 20н.11.** Катера марки «Рейд» плавают с постоянной скоростью относительно прямой реки. По течению такой катер преодолевает расстояние от пристани «Приток» до пристани «Устье» за 24 часа, а на такое же расстояние против течения тратит 36 часов. От пристани «Приток» одновременно в противоположных направлениях выплыли два корабля марки «Рейд», а также выплыло по течению бревно.

**а)** Верно ли, что бревно всегда будет находиться посередине между катерами?

**б)** Где будет бревно через 72 часа: ближе к «Притоку», ближе к «Устью», или посередине между пристанями?

**в)** Какое время потратит бревно на путь от «Притока» до «Устья»?

### «Тест»-задачи



**Задача 21н.1.** На рисунке в 1-й фигуре — 7 квадратиков во 2-й — 10, в 3-й — 13. Если составлять фигуры дальше, сколько квадратиков будет в 10-й фигуре?

**Задача 21н.2.** 7 обезьян съедают 7 бананов за 7 минут. Сколько бананов съедят 14 обезьян за 14 минут?

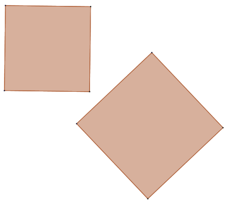
**Задача 21н.3.** Петя смотрел мультфильм 15 минут, с начала, но не до конца, а Егор — 20 минут, до конца, но не с начала. Сколько времени они смотрели мультфильм вместе, если всего он продолжался 30 минут?

**Задача 21н.4.** Фрекен Бок испекла специально для Карлсона 2 торта, для этого ей понадобились всего 11 коржей. Между соседними коржами она делала прослойку из джема: персикового или вишнёвого. Персиковых прослоек было 5. Сколько было вишнёвых прослоек?

**Задача 21н.5.** Трое друзей собирали грибы. Каждые двое подсчитали, сколько грибов у них вдвоём в сумме. Получилось три числа: 18, 19, 23. Сколько всего грибов собрали друзья?

### «Письменные» задачи

**Задача 21н.6.** Имеются чашечные весы и четыре гири: весом 1 г, 2 г, 4 г и 8 г. Гири можно класть только на одну чашу весов. Какие грузы можно уравновесить на весах этими гирями? Запишите массы этих грузов и для каждой — как эта масса уравновешивается имеющимися гирями.



**Задача 21н.7.** На сковородке лежат два прямоугольных блина (см. рисунок). Как провести один прямолинейный разрез так, чтобы разделить оба блина пополам?

**Задача 21н.8.** Разрежьте клетчатый квадрат $4 \times 4$ на несколько прямоугольных треугольников, чтобы все треугольники были с вершинами в узлах сетки и были разного размера (достаточно привести верный рисунок).

### «Устные» задачи

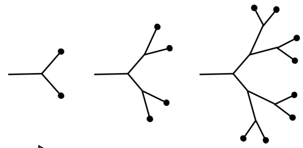
**Задача 21н.9.** Какая из дробей больше: $\frac{2022}{2021}$ или $\frac{2021}{2020}$?

**Задача 21н.10.** **а)** Есть 9 монет, одинаковых на вид. Из них одна — фальшивая, причём легче настоящих. Как за 2 взвешивания на чашечных весах без гирь найти эту монету? (Настоящие монеты весят одинаково).
**б)** А как за 3 взвешивания найти фальшивую монету, если всего монет 26?

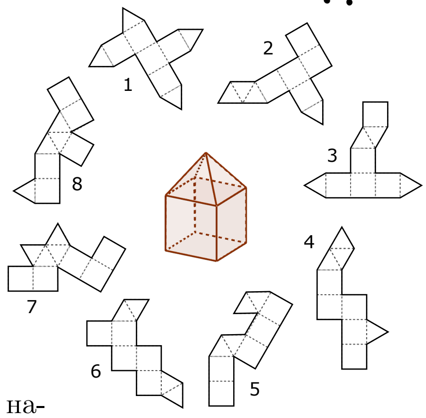
**Задача 21н.11.** Прямоугольную салфетку как попало положили на стол, и часть салфетки свесилась через край. На салфетке есть две капли мёда: одна — на столе, а другая — на свешивающейся части. Букашка хочет поскорее проползти по салфетке от одной капли мёда до другой. Помогите букашке найти кратчайший путь.

**Задача 21н.12.** Обезьяна хочет узнать, из окна какого самого низкого этажа 15-этажного дома нужно бросить кокосовый орех, чтобы он разбился (или выяснить, что он вообще не разбивается).
**а)** Пусть у неё есть всего 1 орех. Какого наименьшего числа бросков ей заведомо хватит?
**б)** Пусть у обезьяны есть 2 одинаковых ореха. Хватит ли ей 8 бросков? **в)** А хватит ли ей 5 бросков?

### «Тест»-задачи



**Задача 22н.1.** На рисунке в 1-й фигуре — 2 точки, во 2-й — 4, в 3-й — 8. Если составлять фигуры дальше, сколько точек будет в 5-й фигуре?



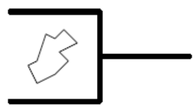

**Задача 22н.2.** Даны четыре утверждения:
№1: «число $a$ делится на 2»,
№2: «число $a$ делится на 4»,
№3: «число $a$ делится на 12»,
№4: «число $a$ делится на 24».
Известно, что среди них три верных утверждения и одно неверное. Укажите номер неверного утверждения.

**Задача 22н.3.** На рисунке справа вы видите домик и 8 развёрток. Из каких четырёх развёрток, согнув их по пунктирным линиям, можно сложить этот домик? (Укажите номера развёрток в порядке возрастания через запятую.)

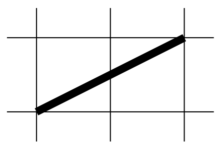
**Задача 22н.4.** Число называется *простым*, если у него ровно два различных натуральных делителя: 1 и само число. Найдите наибольшее число, у которого произведение любых двух цифр — простое число.

**Задача 22н.5.** У Пети три брата. Первый старше его на три года, второй моложе его на три года, третий моложе Пети втрое. Зато отец втрое старше Пети. Всем вместе им 76 лет. Сколько лет Пете?

### «Письменные» задачи



**Задача 22н.6.** На рисунке справа вы видите совочек, составленный из четырёх спичек, на нём лежит смятая бумажка. Переложите ровно две спички, чтобы на картинке снова был такой же совочек, но бумажка оказалась не на нём, а снаружи.



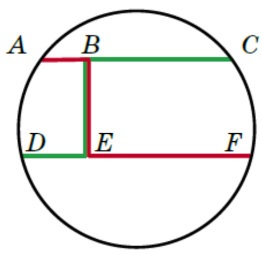
**Задача 22н.7.** На клетчатой бумаге дан отрезок с концами в узлах сетки (см. рисунок).
**а)** Нарисуйте какой-нибудь четырёхугольник, все стороны которого равны этому отрезку, а вершины лежат в узлах сетки.
**б)** Нарисуйте какой-нибудь восьмиугольник, все стороны которого равны этому отрезку, а вершины лежат в узлах сетки.

### «Устные» задачи

**Задача 22н.8.** Мышке до норки 20 шагов. Кошке до мышки 5 прыжков. Пока кошка совершит один прыжок, мышка сделает 3 шага. Один кошачий прыжок равен 10 мышиным шагам. Догонит ли кошка мышку?

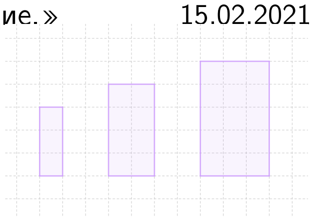
**Задача 22н.9.** Лжецы лгут всегда, а рыцари — никогда. Путник задал рыцарю дважды один и тот же вопрос. В первый раз рыцарь ответил «нет», а во второй — «да». Приведите пример, как это могло быть.

**Задача 22н.10.** Путник послал проводника спросить у туземца, работающего в поле, рыцарь тот или лжец, и передать ответ. Проводник вернулся и сказал: «Лжец». Кем был проводник — рыцарем или лжецом?




**Задача 22н.11.** Поляна имеет форму круга. На поляне есть две тропинки, параллельные друг другу, их соединяет перпендикулярная им тропинка (см. рисунок). Сыроежкин и Рыжиков гуляли по тропинкам. Путь Сыроежкина был такой: $A \to B \to E \to F$, а путь Рыжикова — такой: $C \to B \to E \to D$. У кого путь был длиннее?

### «Тест»-задачи



**Задача 23н.1.** На рисунке в 1-й фигуре — 3 клетки, во 2-й — 8, в 3-й — 15. Если составлять фигуры дальше, сколько клеток будет в 10-й фигуре?

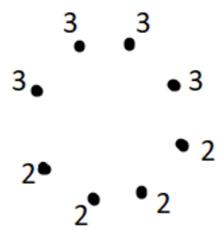
**Задача 23н.2.** Сколько целых чисел от 1 до 100 содержат в своей записи цифру 5?

**Задача 23н.3.** Подберите три натуральных числа $a$, $b$ и $c$ так, чтобы выполнялось равенство $28a + 30b + 31c = 365$. (Введите подряд три числа через запятую: сначала $a$, потом $b$, потом $c$.)

**Задача 23н.4.** Один человек вёл дневник с 1909 по 1915 год и каждый день называл либо весёлым, либо обычным, либо скучным. Он заметил, что в каком-то году весёлых дней было на столько же больше, чем обычных, насколько обычных было больше, чем скучных. Что это был за год?

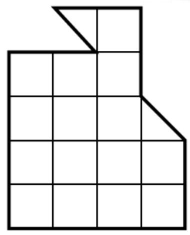
**Задача 23н.5.** Число БОБ умножили на 99 и получили число, у которого две последние цифры — 79. Какое число обозначено словом «БОБ», если в нём разными буквами обозначены разные цифры, а одинаковыми — одинаковые?

### «Письменные» задачи




**Задача 23н.6.** На рисунке справа отмечены 8 точек. Проведите несколько отрезков так, чтобы каждый отрезок соединял какие-то две точки и чтобы количество отрезков, выходящих из каждой точки, равнялось числу, написанному рядом с этой точкой.

**Задача 23н.7.** Разрежьте квадрат $4 \times 4$ на 8 доминошек (прямоугольников $2 \times 1$ и $1 \times 2$) и проведите в каждой доминошке диагональ так, чтобы никакие две диагонали не имели общих концов.



**Задача 23н.8.** Фигуру, приведённую на рисунке справа, разрежьте на четыре части, которые одинаковы и по форме, и по площади.

### «Устные» задачи

**Задача 23н.9.** **а)** Известно, что 7 ручек дешевле 5 блокнотов. Что дороже: 9 ручек или 7 блокнотов? **б)** Известно, что 21 карандаш дешевле 15 тетрадей. Что дороже: 7 карандашей или 6 тетрадей?

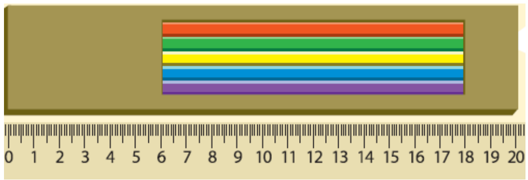
**Задача 23н.10.** Братья Уизли подшутили над Малфоем, Крэбом и Гойлом: их лица одновременно оказались измазаны краской. Малфой, Крэб и Гойл начали смеяться друг над другом: каждый думал, что его лицо чистое. Вдруг Малфой догадался, что его лицо тоже измазано. Как он рассуждал?

**Задача 23н.11.** На совещании присутствовали только рыцари (всегда говорят правду) и лжецы (всегда лгут). Каждый сказал остальным одну и ту же фразу: «Среди вас всего 11 рыцарей и 8 лжецов». После этого один из них сказал: «Мы все солгали». Сколько людей было на совещании? Сколько из них рыцарей?

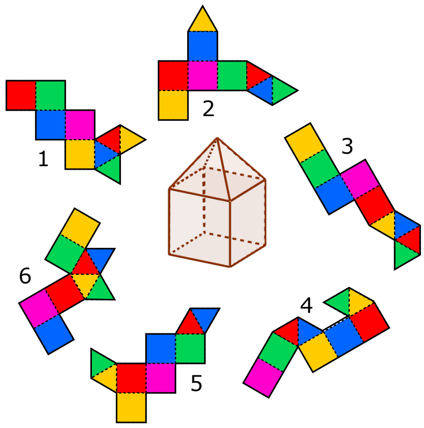
**Задача 23н.12.** Перед вами в ряд стоят шесть кружек: первые три кружки наполнены водой, а остальные три пусты. Требуется, чтобы кружки, полные воды, чередовались с пустыми кружками. Придумайте, как вам этого добиться, если разрешается брать только одну кружку, и больше никаких подручных средств нет.

22 февраля — выходной день, кружок проводиться не будет.
Ближайшие занятия: 1 марта и 15 марта

## «Тест»-задачи




**Задача 24н.1.** У Алёши есть пенал с окошком, в котором вплотную друг к другу лежат карандаши (как на рисунке). Как бы Алёша ни вертел коробочку, карандаши всегда закрывают всё окошко целиком. Какова наименьшая возможная длина карандашей?



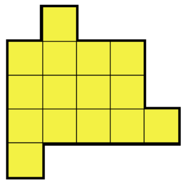

**Задача 24н.2.** Три бобра построили плотину за 12 дней. Весной её смыло, бобры позвали соседей и отстроили плотину за 4 дня. Сколько соседей позвали бобры?

**Задача 24н.3.** Разность двух чисел равна 1, а сумма этих чисел равна 79. Найдите эти числа (введите их через запятую в порядке убывания).

**Задача 24н.4.** На большом клетчатом листе бумаги нарисован «по клеточкам» квадрат $100 \times 100$ клеток. Сколько клеток к нему примыкает снаружи (соприкасается с ним хотя бы по вершине)?

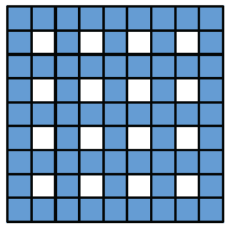
**Задача 24н.5.** Из каких двух развёрток на рисунке справа, согнув их по пунктирным линиям, можно сложить одинаково раскрашенные домики? (Укажите номера развёрток в порядке возрастания через запятую.)

## «Письменные» задачи



**Задача 24н.6.** Фигуру, приведённую на рисунке справа, разрежьте на три части, которые одинаковы и по форме, и по площади.

**Задача 24н.7.** Разрежьте какой-нибудь треугольник на четыре треугольные части так, чтобы любые две из них прилегали друг к другу, то есть имели общий отрезок границы.



**Задача 24н.8.** Справа дана клетчатая фигура с дырками. Разрежьте её на клетчатые прямоугольники (без дырок) так, чтобы каждый прямоугольник состоял больше чем из одной клетки. (Прямоугольник удобно изображать линией, соединяющей центры его клеток.)

## «Устные» задачи

**Задача 24н.9.** За час до песчаной бури сурок всегда прячется в норку. Вы увидели, как только что сурок спрятался в норку. Обязательно ли через час будет песчаная буря?

**Задача 24н.10.** В пакете 24 кг крупы. Отмерьте на чашечных весах без стрелки 9 кг крупы, если разрешается любое количество крупы разделить пополам с помощью этих весов.

**Задача 24н.11.** Между 9 планетами введено космическое сообщение. Космолеты летают по маршрутам: Земля–Меркурий, Плутон–Венера, Земля–Плутон, Плутон–Меркурий, Меркурий–Венера, Уран–Нептун, Юпитер–Марс, Нептун–Сатурн, Марс–Уран, Сатурн–Юпитер. Можно ли добраться с Земли до Марса?

**Задача 24н.12.** В Правдино все всегда говорят правду, в Лгуново — лгут, а в Хитрово — строго чередуют ложь и правду. В одном из этих сёл вспыхнул пожар. Житель какого-то из этих сёл позвонил в МЧС: «У нас пожар!». Дежурный спросил: «Где горит?». Ответ был: «В Хитрово.» Куда ехать тушить пожар?

**Задача 24н.13.** Двое играют в упрощенный морской бой. В таблице размером $4 \times 4$ клетки расположен один корабль размером $1 \times 3$ клетки. **а)** Приведите пример залпа из пяти снарядов, который обязательно заденет корабль, где бы он ни располагался. **б)** Найдётся ли аналогичный залп из четырёх снарядов?

8 марта — выходной день, кружок проводиться не будет.
Ближайшее занятие: 15 марта

### «Тест»-задачи

**Задача 25н.1.** Женщина собирала в саду яблоки. Чтобы выйти из сада, ей пришлось пройти через 4 двери, каждую из которых охранял свирепый стражник, отбиравший половину яблок. Домой она принесла 10 яблок. Сколько яблок досталось стражникам?

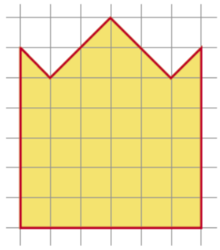
**Задача 25н.2.** Две электрички едут навстречу друг другу по параллельным путям. Скорость первой электрички — 20 км/ч, а второй — 40 км/ч; длина первой электрички — 600 м, а второй — 400 м. В какой-то момент головы электричек встретилась. Через сколько минут оторвутся друг от друга хвосты этих электричек?

**Задача 25н.3.** Назовём число *палиндромом*, если записав его цифры в обратном порядке, мы получим то же самое число. Найдите сумму самого маленького пятизначного палиндрома и самого большого четырёхзначного.

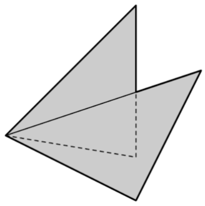
**Задача 25н.4.** Пять девочек стоят в ряд лицом к вам и держат в руках конфеты. У девочек, стоящих справа от Оли – 15 конфет, справа от Ани – 35, справа от Юли – 19, справа от Гали – 11. Сколько конфет у Тани?

**Задача 25н.5.** В 10 мисках лежат сливы. Известно, что в любых двух мисках вместе либо 5, либо 8, либо 11 слив, причём все три варианта встречаются. Сколько слив в каждой миске? (Введите 10 чисел, от меньшего к большему, через запятую.)

### «Письменные» задачи



**Задача 25н.6.** Фигуру, приведённую на рисунке справа, разрежьте на пять частей, которые одинаковы и по форме, и по площади.



**Задача 25н.7.** На рисунке справа показано, как можно наложить друг на друга два треугольника, чтобы получился пятиугольник. А для каких ещё чисел $n$ можно получить $n$-угольник наложением (или приложением) двух треугольников? Найдите как можно больше таких $n$, все ответы подтвердите рисунками (для каждого примера можно заново выбирать треугольники).

### «Устные» задачи

**Задача 25н.8.** Таня стоит на берегу речки. У неё есть два кувшина: один — на 5 литров, а про второй Таня помнит лишь то, что он вмещает то ли 3, то ли 4 литра. Помогите Тане определить ёмкость второго кувшина.

**Задача 25н.9.** На доске записаны числа $1,\ 2, \ldots, 10$. Каждым ходом стирают какие-то 2 числа и пишут вместо них одно: их сумму. **а)** Через сколько ходов на доске останется одно число? **б)** Какое это число?

**Задача 25н.10.** Уже много лет каждый день в одно и то же время из Ливерпуля в Белен и из Белена в Ливерпуль выплывает корабль фирмы «Дон и Магдалина». Плывут они по одному и тому же пути, дорога занимает 8 суток. Представьте, что вы сели в Ливерпуле на такой корабль. Сколько встречных кораблей фирмы «Дон и Магдалина» вы увидите на своём пути от Ливерпуля до Белена?

**Задача 25н.11.** **а)** На стороне $AB$ прямоугольника $ABCD$ отметили точку $X$. Докажите, что площадь треугольника $CXD$ равна половине площади $ABCD$. **б)** Внутри прямоугольника $ABCD$ отметили точку $Y$. Докажите, что суммарная площадь треугольников $AYD$ и $BYC$ равна половине площади $ABCD$.

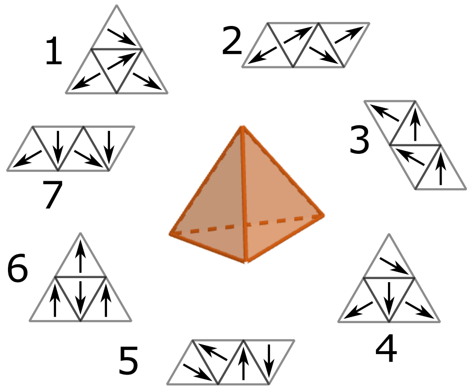
**«Тест»-задачи**

**Задача 26н.1.** Две ручки и линейка стоят столько же, сколько одна ручка и четыре линейки. Во сколько раз ручка дороже линейки?

**Задача 26н.2.** У стражника есть пять одинаковых цепей, в каждом всего три звена, соединённых подряд (каждое звено имеет вид бублика). Стражник хочет сделать из них одну длинную цепь из 15 звеньев. Сколько звеньев минимум ему понадобится для этого разрезать? (Разрезанные звенья можно гнуть и использовать для соединения, после чего каждое надо снова спаять в «бублик».)

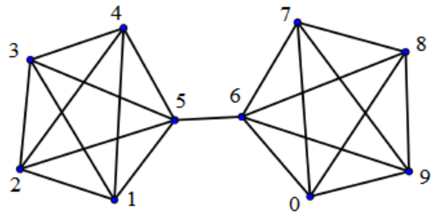
**Задача 26н.3.** Сладкоежка Ася хочет купить 8 одинаковых пирожных, но ей не хватает 15 рублей. Если она купит только 5 пирожных, у неё останется 75 рублей. Сколько рублей стоит пирожное?

**Задача 26н.4.** В ряд лежат 4 предмета: футболка, шорты, ремень и кепка. Все они разного цвета: зелёного, оранжевого, белого и чёрного Известно, что соседи зелёного предмета — оранжевый и чёрный; справа рядом с белым предметом лежит кепка; шорты лежат правее и футболки и кепки; футболка лежит не с краю; оранжевый и белый предметы лежат не рядом. Введите, в каком порядке слева направо лежат фигуры и какого они цвета (подряд первые буквы, например: *фшркзобч*).



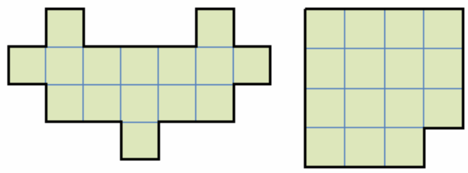

**Задача 26н.5.** На рисунке вы видите пирамидку и семь развёрток. Представьте, что из каждой развёртки сложили такую пирамидку, стрелками внутрь. **а)** У пирамидок из каких развёрток ровно в один угол не будет показывать ни одна стрелка? **б)** У пирамидок из каких развёрток ровно в два угла не будет показывать ни одна стрелка? **в)** Из каких развёрток получатся две одинаковые пирамидки?

**«Письменные» задачи**




**Задача 26н.6.** Требуется нарисовать фигуру справа, не отрывая карандаша от бумаги и не проводя никакую линию дважды. Сделайте это и запишите решение с помощью цепочки цифр, показывающих, в каком порядке вы соединяете точки (номер точки, с которой начинаете, номер следующей точки, в которую проводите первую линию и т.д.).

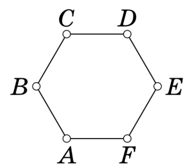
**Задача 26н.7.** Какое наименьшее число клеток белой доски $8 \times 8$ надо закрасить чёрным, чтобы хоть одна чёрная клетка обязательно нашлась **а)** в каждой фигурке $1 \times 2$; **б)** в каждом квадрате $2 \times 2$; **в)** в каждом уголке из трёх клеток? Приведите примеры раскрасок и постарайтесь объяснить, почему меньшего числа клеток не хватит.



**Задача 26н.8.** Разрежьте каждую фигуру на 3 равные по форме части.

**«Устные» задачи**

**Задача 26н.9.** Имеются 5 одинаковых шоколадок. Разрешается любую шоколадку разделить на любое число равных частей, не большее 5. Разделите эти 5 шоколадок поровну между шестью людьми.




**Задача 26н.10.** Шесть одинаковых с виду монет лежали в вершинах 6-угольника $ABCDEF$: в $A$ – монета массой 1 г, в $B$ – массой 2 г, ..., в $F$ – массой 6 г. Вася поменял местами две монеты в противоположных вершинах. Как за одно взвешивание на чашечных весах (показывающих, какая из двух чаш перевешивает) узнать, какие монеты он поменял местами?

**Задача 26н.11.** На доске $9 \times 9$ расставили 9 шашек симметрично относительно диагонали. Докажите, что хотя бы одна шашка стоит на этой диагонали.

**Задача 26н.12.** **а)** Ваня пошёл с папой в тир. Уговор был такой: Ване дают 10 патронов, и за каждое попадание в цель дают ещё 3 патрона. Ваня сделал 14 выстрелов и ровно в половине попал в цель. Сколько патронов осталось у Вани? **б)** В другой раз Ваня получил 10 патронов, за каждое попадание получал ещё по 3 и стрелял, пока патроны не кончились. Сколько раз он попал в цель, если сделал 34 выстрела?

**Задача 26н.13.** Рядом стоят пустой стол и стол, на котором много монет, причём ровно одна лежит орлом вверх. Фокусник с повязкой на глазах и в перчатках может переносить монеты со стола на стол, при желании переворачивать их, но не может определить, лежит монета вверх решкой или орлом. Как ему сделать на столах поровну монет орлом вверх?

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | | 5 |
| | 1 | 2 | 3 | 4 |
| 4 | 5 | | 2 | 3 |
| 3 | 4 | 5 | 1 | |
| 2 | | 4 | 5 | 1 |

### «Тест»-задачи

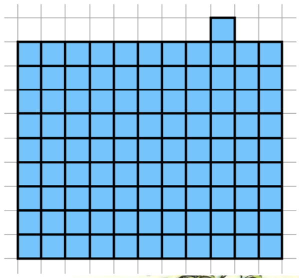
**Задача 27н.1.** Впишите в пять пустых клеток таблицы пять целых чисел так, что суммы во всех строках были равны, суммы во всех столбцах были равны, а сумма вписанных пяти чисел равнялась 15. (Введите числа от верхнего к нижнему, через запятую.)

**Задача 27н.2.** Найдите наименьшее пятизначное число, делящееся на 99.

**Задача 27н.3.** Шоколадка $5\times 8$ разделена углублениями на 40 долек $1\times 1$. Мальчик за 1 секунду берет наугад какую-нибудь часть и разламывает на две части по углублению. Он останавливается, когда разламывать уже нечего, то есть когда шоколадка уже разломана на дольки $1\times 1$. Сколько секунд он на это потратит?

**Задача 27н.4.** В зоопарке были пони для катания. К ним подошли несколько мальчиков. «Сядем на пони по одному», — предложил старший. Двум мальчикам пони не хватило. «Попробуем сесть по двое», — снова предложил старший. Тогда один пони остался без седока. Сколько пони и сколько мальчиков было на поляне? (Введите числа через запятую.)

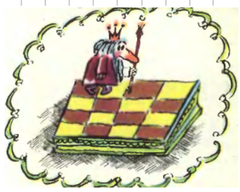
**Задача 27н.5.** В первом ряду театра 19 мест. Петя купил в этот ряд несколько билетов. При каком минимальном числе билетов среди них обязательно найдутся 2 билета на соседние места?



### «Письменные» задачи

**Задача 27н.6.** Разрежьте фигурку, изображённую на рисунке, на 10 равных частей.

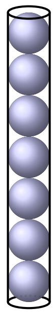
**Задача 27н.7.** Ваня написал два последовательных натуральных числа в порядке возрастания друг за другом без пробелов и получил одно большое число. Миша написал эти же числа без пробелов, но в порядке убывания, и тоже получил одно большое число. Могло ли у Миши число получиться меньше, чем у Вани?

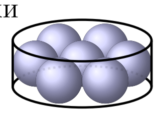


**Задача 27н.8.** Король обошёл доску $4\times 4$, побывав на каждом поле один раз, и последним ходом вернулся на исходное поле. **а)** Нарисуйте пример такого пути, чтобы в нём было наибольшее число прямых (не диагональных) ходов. **б)** Нарисуйте пример пути, где король сделал всего 4 прямых хода. (Король ходит на соседнее поле «прямо» или «по диагонали»).

### «Устные» задачи

**Задача 27н.9.** Два класса с одинаковым количеством учеников написали контрольную. Проверив контрольные, учитель сказал, что он поставил двоек на 11 больше, чем остальных оценок. Не ошибся ли он?



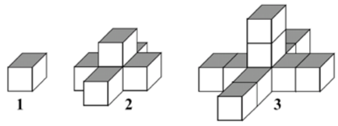


**Задача 27н.10.** Фирма выпускает наборы из 7 теннисных мячиков в двух видах упаковок: длинный цилиндр толщиной в один мячик и плоский цилиндр высотой в 1 мячик (см. рис.). Мячики касаются друг друга и стенок, чтобы не болтались. Пустое место заполняют пластиковой крошкой. На заполнение какой упаковки уходит больше крошки — длинной или плоской?

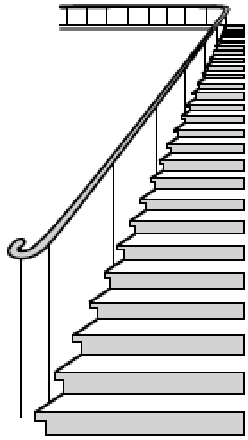
**Задача 27н.11.** Купец продал кафтан покупателю за 10 рублей. У него не было сдачи с 25 рублей, и он разменял 25-рублевую купюру покупателя у соседа. Покупатель ушел. Сосед приходит: «Бумажка фальшивая». Пришлось купцу дать настоящую. Что потерял купец?

**Задача 27н.12.** В гостиницу с одноместными номерами 1, 2, 3, 4, 5 приехали $N$ уставших туристов. Оказалось, что один номер (неизвестно какой) на ремонте, остальные свободны. Каждые 5 минут очередной турист уходит заселяться (другие его при этом не видят): он проверяет номера в каком хочет порядке и в первом свободном ложится спать. Запрещено проверять номер, где уже кто-то лёг спать. Как туристам заранее договориться, чтобы все заселились, никого не потревожив, если **а)** $N=2$; **б)** $N=3$; **в)** $N=4$.

## «Тест»-задачи




**Задача 28н.1.** На рисунке справа — 3 фигуры из кубиков. В первой фигуре 1 кубик, во второй 6, в третьей 11, фигуры составлены по некоторому правилу. Если продолжать составлять фигуры дальше, сколько кубиков будет в 10-й по счёту фигуре?



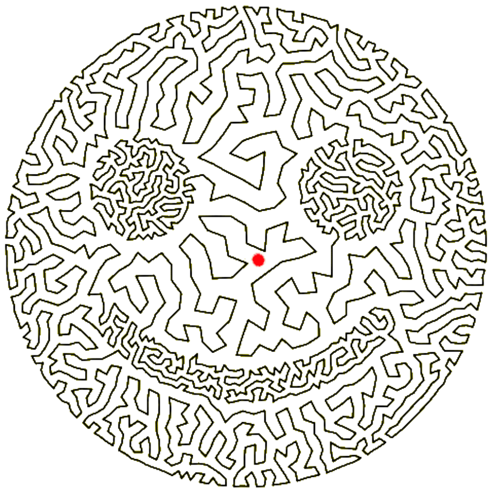
**Задача 28н.2.** Подсчитайте точно, сколько ступенек у лестницы на рисунке справа.

**Задача 28н.3.** Юля учится в школе 6 дней в неделю, всего у неё 30 уроков (но не обязательно одно и то же число каждый день). На каждой перемене между двумя уроками Юля съедает по одной конфете. Сколько всего конфет она съест на переменах за неделю?

**Задача 28н.4.** Аня и Боря вместе весят 50 кг, Боря и Валя — 60 кг, Валя и Аня — 60 кг. Сколько весит Аня?

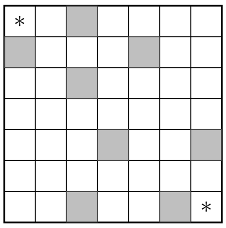
**Задача 28н.5.** Двое маляров и их бригадир покрасили забор. Маляры получили по 2000 рублей, а бригадир — на 300 рублей больше, чем если бы они разделили заработанные деньги поровну. Сколько получил бригадир?

## «Письменные» задачи



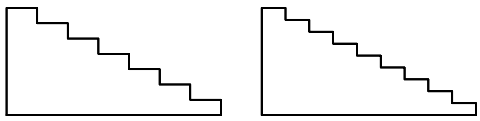
**Задача 28н.6.** На рисунке справа вы видите многоугольник (замкнутую несамопересекающуюся ломаную) и точку. Где находится точка — внутри или снаружи многоугольника?

**Задача 28н.7.** Дан ребус:
`Я + ОН + ОН + ОН + ОН + ОН + ОН + ОН + ОН = МЫ.`
Одинаковыми буквами обозначены одинаковые цифры, разными — разные, числа из двух цифр не начинаются с 0. Найдите хоть одно решение этого ребуса.



**Задача 28н.8.** Начав с левого верхнего угла, пройдите в правый нижний угол, переступая только через стороны квадратиков (не через вершины!) и побывав в каждом белом квадрате ровно по одному разу (в закрашенные клетки заходить нельзя!).

## «Устные» задачи



**Задача 28н.9.** По каждой из двух лестниц равной высоты 1 м и с равными основаниями длины 2 м (см. рис.) проползло по червяку: от самого низа до самой левой точки вверху. Сколько прополз каждый червяк?

**Задача 28н.10.** **а)** В корзине лежат 3 яблока. Имеются весы, с помощью которых можно узнать суммарный вес любых двух (ровно двух!) яблок. Как за 3 взвешивания узнать суммарный вес всех яблок?
**б)** А если яблок 5, и надо узнать их суммарный вес за 4 взвешивания?

**Задача 28н.11.** У клетчатого прямоугольника $6 \times 8$ удалили одну угловую клетку. Можно ли оставшуюся фигуру разрезать по сторонам клеток на одинаковые части, в каждой из которых не меньше двух клеток?

**Задача 28н.12.** Каждый из четырёх ребят узнал один секрет. За один разговор двое обмениваются секретами, которые знают. Помогите ребятам узнать все секреты **а)** за 5 разговоров; **б)** за 4 разговора.

Сегодня вам может пригодиться факт: из линий, соединяющих две точки $A$ и $B$, отрезок $AB$ короче всех других.

## «Тест»-задачи

**Задача 29н.1.** Какое число надо прибавить к числителю и к знаменателю дроби $\frac{11}{41}$, чтобы получилось $\frac{3}{8}$?

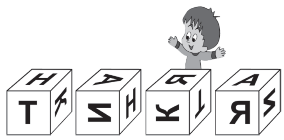
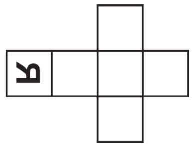
**Задача 29н.2.** Прямоугольный параллелепипед со сторонами 120 мм, 50 мм и 40 мм разрезали на кубические сантиметры и выложили их в один длинный ряд вплотную друг к другу. Какой длины получился ряд (в см)?

**Задача 29н.3.** В треугольнике длина одной стороны равна 3,8 см, длина другой стороны — 0,6 см. Найдите длину третьей стороны, если известно, что она выражается целым числом сантиметров.

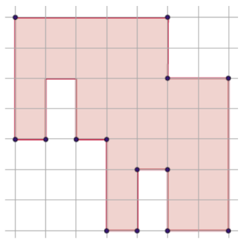
**Задача 29н.4.** Оля собирала пазл. Каждую минуту она брала любые два из имеющихся кусков и соединяла их вместе. В итоге она собрала пазл за 90 минут. А сколько минут ушло бы на сборку, если бы Оля соединяла по три куска в минуту?

**Задача 29н.5.** Три танкера доставили в порт груз. Первый и второй танкеры доставили суммарно 400 т., второй и третий — 300 т., первый и третий — 440 т. Сколько тонн груза доставил каждый из танкеров в отдельности? (Введите три числа через запятую, в порядке от первого танкера к третьему.)

## «Письменные» задачи

**Задача 29н.6.** Ребёнок поставил 4 одинаковых кубика так, что буквы на сторонах кубиков, обращенных к нему, образуют его имя (см. рисунок). Нарисуйте, как расположены остальные буквы на приведённой развёртке кубика и определите, как зовут ребенка.



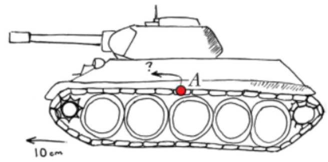
**Задача 29н.7.** Нарисуйте, на сколько частей могут делить плоскость
**а)** 2 различные прямые; **б)** 3 различные прямые; **в)** 4 различные прямые.
(Найдите все ответы и для каждого ответа приведите пример.)

**Задача 29н.8.** Разрежьте фигурку, изображённую на рисунке, на две равные части.

## «Устные» задачи

**Задача 29н.9.** **а)** Можно ли поджарить с двух сторон 3 котлеты за 3 минуты, если на сковороде умещаются только две котлеты, а на поджаривание котлеты с одной стороны требуется 1 минута? **б)** А ещё быстрее?

**Задача 29н.10.** Дома Пятачка, Иа и Пуха соединены прямыми дорожками (образуя треугольник). Делая зарядку, Пятачок пробежал от своего дома к дому Иа, затем — к дому Пуха и вернулся домой. В это время Пух в задумчивости прошёл от своего дома к дому Иа и обратно. Чей путь был длиннее?



**Задача 29н.11.** Можно ли прямоугольник $9 \times 10$ разрезать на части, каждая из которых — квадрат $2 \times 2$ или прямоугольник $1 \times 4$?

**Задача 29н.12.** На рисунке изображен танк, на его гусенице отмечена точка $A$. Танк проехал вперёд 10 см. Сколько проехала при этом точка $A$?

## Призовые задачи

**Задача 29н.13.** В ряд лежат 100 камней разной массы. За ход выбирают любые 50 камней, лежащих подряд, и перекладывают их между собой в любом порядке, не трогая остальные камни. Требуется переложить камни в порядке возрастания массы. Хватит ли для этого 6 ходов?

**Задача 29н.14.** Что больше: сумма длин диагоналей выпуклого четырёхугольника, или
**а)** сумма длин двух его противоположных сторон; **б)** сумма длин всех его сторон?

### «Тест»-задачи

**Задача 30н.1.** Одной пачки корма хватает, чтобы накормить 12 кроликов. Какое минимальное число пачек корма надо купить, чтобы накормить 100 кроликов?

**Задача 30н.2.** Имеется кубик со стороной 5 сантиметров. У Пети есть неограниченный запас квадратных наклеек $1 \times 1$ см. Сколько наклеек понадобится Пете, чтобы обклеить весь куб (в один слой, без наложений)?

**Задача 30н.3.** Какое наибольшее число уголков из трёх клеток можно вырезать из прямоугольника $3 \times 9$?

**Задача 30н.4.** Сколько чисел от 179 до 279 (включительно) **а)** делятся на 2; **б)** не делятся на 3?

**Задача 30н.5.** Есть три насоса и траншея. Первый насос выкачивает всю воду из траншеи за 3 часа, второй — за 9 часов, а третий — за 18 часов. За сколько часов опустошат траншею все три насоса?

### «Письменные» задачи

**Задача 30н.6.** Даны две фигуры: прямоугольник $4 \times 6$ клеток и клетка $1 \times 1$. Разрежьте каждую фигуру на две равные части так, чтобы из получившихся четырёх частей можно было сложить квадрат $5 \times 5$.

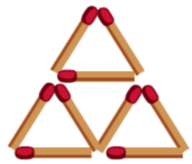
**Задача 30н.7.** Расставьте по кругу числа числа 1, 2, ..., 10 так, что любые два соседних числа отличались не более чем на 2.

**Задача 30н.8.** Разрежьте клетчатый квадрат $7 \times 7$ «по клеточкам» на **а)** 7 прямоугольников, которые все различны; **б)** 10 прямоугольников, которые все различны.

### «Устные» задачи

**Задача 30н.9.** Среди любых ли 5 палочек найдутся три, из которых можно составить треугольник?

**Задача 30н.10.** Оля спускается по едущему вниз эскалатору, наступая на все ступеньки. Как ей идти, чтобы наступить на большее число ступенек — медленно или быстро?

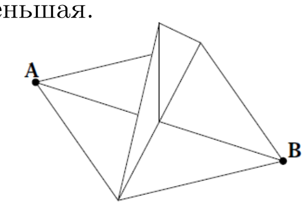


**Задача 30н.11.** Петя и Вася по очереди убирают по одной спичке из фигуры, приведённой на рисунке, начинает Петя. Если после хода игрока не останется ни одного треугольника со стороной в одну спичку, то он проиграл. Кто может действовать так, чтобы всегда выигрывать?

**Задача 30н.12.** В числе переставили цифры и сложили с исходным. Могли ли получить **а)** 9999; **б)** 99999?

**Задача 30н.13.** Дан выпуклый четырёхугольник, диагонали которого пересекаются в точке $O$. Докажите, что $O$ — это точка, сумма расстояний от которой до вершин четырёхугольника наименьшая.

### Призовые задачи




**Задача 30н.14.** Две противоположные вершины $A$ и $B$ некого квадрата разделяет вертикальная треугольная стена в виде половины такого же квадрата (см. рисунок). В вершине $A$ сидит муравей. Как ему попасть в вершину $B$ кратчайшим путём?

### «Тест»-задачи

**Задача 31н.1.** В классе 28 школьников. Из них 12 на выходных играют в Brawl Stars, а 17 — в Minecraft, при этом 5 школьников успевают поиграть в обе игры. Сколько школьников предпочитают заниматься делом и не играют ни в то, ни в другое?

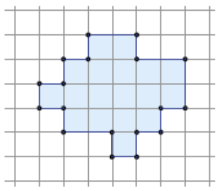
**Задача 31н.2.** Сколько спичек нужно, чтобы составить разделённый на клетки квадрат **а)** $4\times4$; **б)** $10\times10$ (сторона клетки — одна спичка).

**Задача 31н.3.** На Большой Дмитровке на Новый год поставили несколько магазинчиков в одну линию. Потом решили, что надо добавить ещё магазинчиков, и между каждыми двумя поставили ещё по магазинчику. А затем снова проделали ту же операцию. В итоге на Большой Дмитровке стало 65 магазинчиков. Сколько магазинчиков было изначально?

**Задача 31н.4.** **а)** От вершины деревянного кубика отпилили маленький кусочек так, что место спила имеет форму треугольника. Сколько рёбер у получившегося тела? **б)** А если бы отпилили три таких маленьких кусочка от трёх вершин?

**Задача 31н.5.** В столовой 179-й школы продают вкусную пиццу. Школьник Петя съел половину всей пиццы, после чего работница столовой отложила два кусочка для директора. После этого в столовую пришла Вика и съела половину оставшейся пиццы. Тогда работница столовой отложила ещё три кусочка для директора, и пицца закончилась. Сколько кусочков пиццы было в столовой изначально?

### «Письменные» задачи



**Задача 31н.6.** Расставьте по кругу какие-нибудь 10 чисел так, чтобы каждое число было либо в 3 раза больше каждого из своих соседей, либо на 10 меньше каждого из своих соседей.

**Задача 31н.7.** **а)** Разделите фигуру на рисунке на две равные части.
**б)** Найдите ещё один (другой) способ сделать такое разделение (при сдаче этого пункта пришлите пожалуйста оба разрезания).

**Задача 31н.8.** Расставьте на доске $8\times8$ несколько фишек (в каждую клетку — не более одной) так, чтобы количества фишек в любых двух соседних вертикалях и в любых двух соседних горизонталях были ненулевыми и отличались ровно в 5 раз.

### «Устные» задачи

**Задача 31н.9.** Бильярд $ABCD$ имеет размеры $AB=CD=1$ и $BC=AD=17$. Из угла $A$ под углом $45^\circ$ выпущен шарик (считайте его точкой). Он отражается от бортов по закону «угол падения равен углу отражения», а попав снова в какой-то угол бильярда там и остаётся.
**а)** В какой из углов $A$, $B$, $C$, $D$ в итоге попадёт этот шарик? **б)** Сколько раз он до этого отразится от бортов?
**в)** Ответьте на те же вопросы для бильярда, в котором $AB=CD=2$ и $BC=AD=101$.

**Задача 31н.10.** На каждом углу шестиугольного бассейна, все стороны которого равны, стоит школьник. Где-то у края бассейна стоит учительница. Она подозвала ребят, и они все подошли к ней, пройдя в сумме 90 метров. Чему равна длина стороны бассейна, если все школьники шли кратчайшим путём?

**Задача 31н.11.** В саду камней есть 5 кучек с камнями: в них 1, 2, 3, 4 и 5 камней соответственно. Акихиро каждый день добавляет по 1 камню в 4 кучки по своему выбору. Как ему действовать, чтобы сделать число камней в кучках одинаковым?

**Задача 31н.12.** Десять муравьёв бегают по палке с одинаковой постоянной скоростью. Всю палку муравей пробегает за 1 минуту, а когда добегает до края, падает с неё. Но когда два муравья встречаются, они разворачиваются и каждый начинает бежать в противоположном направлении. **а)** Докажите, что когда-нибудь все муравьи упадут с палки. **б)** Докажите, что это произойдёт не позже, чем через минуту.

### Призовая задача

**Задача 31н.13.** Петя задумал двузначное число, мы его отгадываем. Для этого мы пишем на доске разные двузначные числа, а Петя каждый раз ставит около написанного числа «+», если оно совпало с задуманным, и «−», если оно совпало с задуманным лишь в одном из разрядов (иначе ничего не ставит). Как наверняка отгадать Петино число, написав не более 10 чисел?

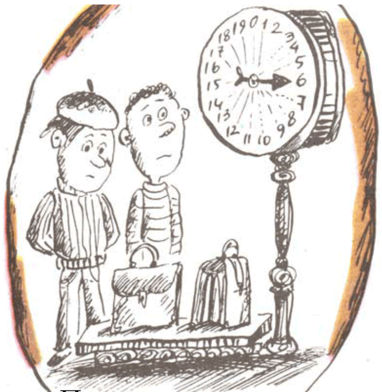
**«Тест»-задачи**

**Задача 32н.1.** Жили-были два брата близнеца Гоша и Кеша. Гоша спал по 8 часов в сутки, а Кеша — по 6. Дожили они до 96 лет. Сколько лет за это время проспал каждый (введите два числа через запятую)?

**Задача 32н.2.** В коробке 500 винтиков и 500 гаечек. Из них 200 винтиков и 300 гаек не закручиваются. Какое наименьшее число деталей нужно достать, чтобы наверняка получить закручивающиеся винтик и гаечку?

**Задача 32н.3.** Ящик с луком весил 35 кг, а после продажи половины лука — 21 кг. Каков вес пустого ящика?

**Задача 32н.4.** Огурец для салата нарезали, сделав 4 горизонтальных разреза вдоль, 5 вертикальных разрезов вдоль и 10 вертикальных разрезов поперёк. Сколько вышло кусочков?

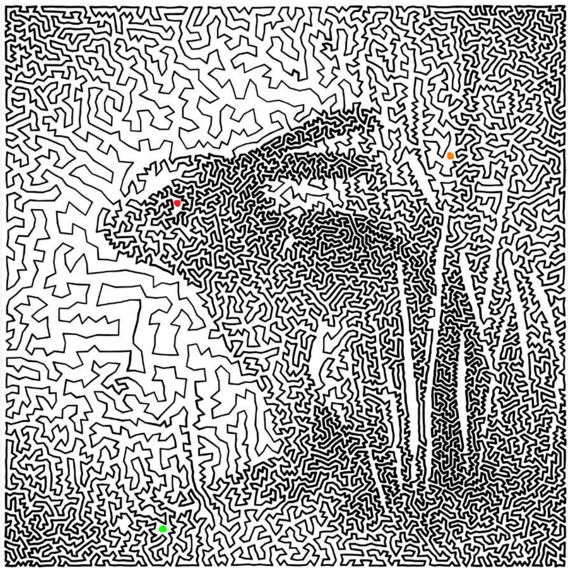


**Задача 32н.5.** На старых весах стрелка устанавливалась на 0 кг, и когда на весы ставили груз, стрелка отклонялась на нужное число делений, показывая вес груза. Однажды Паша и Веня взвесили на таких весах свои портфели. Весы показали 3 кг и 2 кг. Когда друзья взвесили оба портфеля вместе, весы показали 6 кг.
— Что за ерунда? — воскликнул Паша. — Два плюс три не равно шести!
— Я понял! — ответил Веня. — У весов стрелка сдвинута с нуля.
Сколько весили портфели на самом деле? (Введите два числа через запятую.)

**Задача 32н.6.** Сколько треугольников можно сложить из 6 палочек с длинами 1, 2, 3, 4, 5 и 6 см? (Каждая сторона треугольника — одна палочка.)

**Задача 32н.7.** Из одного города в одном направлении выехали два велосипедиста. Первый велосипедист проезжал в день 90 км; второй велосипедист в первый день проехал 10 км, во второй — 20 км, в третий — 30 км, и т.д. (каждый день он проезжал на 10 км больше, чем в предыдущий). Вечером какого дня они встретились?

**Задача 32н.8.** Куб $5 \times 5 \times 5$ кубиков «покрасили» в шахматном порядке в белый и чёрный цвета так, что один из углов — белый. Сколько в нём белых кубиков $1 \times 1 \times 1$?

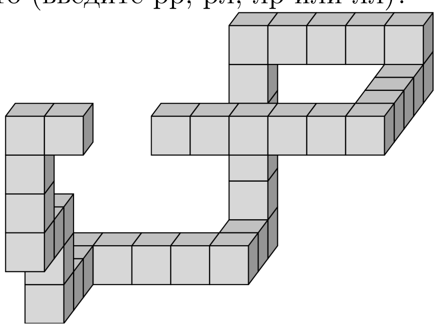


**Задача 32н.9.** На картинке дана замкнутая несамопересекающаяся ломаная («кролик в зарослях») и три точки — красная, зелёная и оранжевая. Ломаная делит картинку на две части — внутреннюю и внешнюю. Какое из утверждений верно: 1) все три точки лежат в одной части; 2) оранжевая и красная в одной, зелёная — в другой; 3) оранжевая и зелёная в одной, красная — в другой; 4) зелёная и красная — в одной, оранжевая — в другой?

**Задача 32н.10.** В языке жителей планеты Глизе 667Cc всего 2 гласных и 2 согласных буквы. Во всех словах этого языка гласные и согласные чередуются, и любой такой набор букв является словом. Сколько в этом языке слов **а)** длины 3; **б)** длины 4; **в)** длины 10? **г)** длины 179, в которых всего две разных буквы?

**Задача 32н.11.** Решите ребусы: **а)** `ЕЛЕ+ЕЛ=ЛЕВ`; **б)** `НЕ+МНЕ=ЕМУ` (в каждом пункте введите три числа из ребуса через запятую).

**Задача 32н.12.** За столом сидят два жителя острова рыцарей и лжецов. Первый из них сказал: «По крайней мере, один из нас рыцарь». Второй ему ответил: «Ты лжец». Кто из них кто (введите рр, рл, лр или лл)?



**Задача 32н.13.** По рёбрам проволочного куба со стороной 1 см ползает муравей, начав в вершине. Муравей хочет побывать в каждой точке каждого ребра хотя бы раз (можно проползать несколько раз по одним и тем же участкам). Какова наименьшая возможная длина его пути?

**Задача 32н.14.** Из четырёх неравенств $2x > 70$, $x < 100$, $4x > 25$ и $x > 5$ два истинны и два ложны. Чему равно $x$, если известно, что оно целое?

**Задача 32н.15.** На рисунке справа изображена «змейка» из кубиков. Какое наименьшее число кубиков потребуется, чтобы замкнуть её?

**Задача 32н.16.** В управляющем совете школы рыцарей и лжецов заседает 11 человек. В целях экономии средств решено сократить совет на 1 человека. Но каждый член совета сказал, что если его исключат, то среди оставшихся большинство будут лжецами. Сколько лжецов было изначально в управляющем совете?

**Задача-бонус.** *(Не для сдачи)* В автоцистерну ёмкостью 3000 л заливали сверху через люк масло и перевозили другой фирме, где масло сливали через кран внизу цистерны. Обнаружилось, что каждый раз в цистерне не хватает около 15 л. Проверили отмеряющие приборы, герметичность цистерны — всё в порядке. Учли, что 2 – 3 л масла могли остаться в виде плёнки на стенках цистерны. Пригласили детектива, и он ничего не обнаружил: по дороге машина не останавливалась, водитель не отливал масла. Куда же оно исчезало?

### «Тест»-задачи

**Задача 33н.1.** В автобус сели 25 туристов. Среди любых двух из них есть неопытный турист. Сколько всего было неопытных туристов, если известно, что хотя бы один из туристов был опытный?

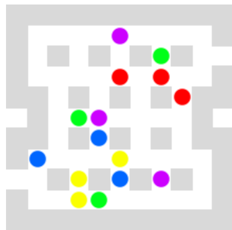
**Задача 33н.2.** Коля задумал число. Сумма одной трети этого числа и одной четверти этого числа равна 21. Какое число задумал Коля?

**Задача 33н.3.** Сколько всего диагоналей можно провести в 10-угольнике?

**Задача 33н.4.** Какое арифметическое действие, поставленное вместо звёздочки, даст верное равенство $\frac{33}{40} * \frac{10}{11} = 0,75$? Варианты ответа: 1 — сложение, 2 — вычитание, 3 — умножение, 4 — деление, 5 — нет такого.

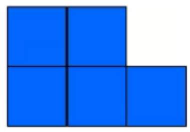
**Задача 33н.5.** Четыре гнома принесли дракону всего 18 алмазов. Дракон был в хорошем настроении и отобрал у первого гнома два алмаза, второму подарил два алмаза, у третьего отобрал половину алмазов, а четвёртому подарил столько алмазов, сколько тот принёс. В итоге у всех гномов оказалось поровну алмазов. Сколько алмазов каждый гном принёс изначально? (Введите четыре числа подряд через запятую).

### «Письменные» задачи



**Задача 33н.6.** В саду живут несколько видов птиц разных цветов. Орнитолог хочет пройти через сад (войти слева и выйти справа) так, чтобы увидеть птицу каждого цвета ровно один раз. Путь не должен проходить через одну и ту же клетку дважды.

**Задача 33н.7.** Торт имеет вид квадрата $3 \times 3$. Повар хочет нарисовать на нём кремом две прямые так, чтобы каждый из 9 квадратиков $1 \times 1$ содержал хоть малюсенький отрезок хоть одной прямой. Удастся ли ему это?



**Задача 33н.8.** Есть много пятиклеточных фигурок, как на рисунке справа. Расположите 16 из них на доске $9 \times 9$ так, чтобы фигурки не перекрывались и не вылезали за пределы доски. Фигурки можно располагать как угодно (поворачивать и переворачивать).

### «Устные» задачи


**Задача 33н.9.** Можно ли нарисовать четырёхугольник со сторонами 1 см, 2 см, 3 см и 7 см?

**Задача 33н.10.** Разработчик на удалёнке получает 48 долларов за каждый отработанный день, а за каждый пропущенный с него взыскивается 12 долларов. Через 30 дней оказалось, что он ничего не заработал. Сколько дней работал разработчик в течение этих 30 дней?

**Задача 33н.11.** Играют двое. Первый называет любое целое число от 1 до 9 включительно. Второй прибавляет к названному числу любое целое число от 1 до 9 и называет сумму. К этой сумме первый снова добавляет любое целое число от 1 до 9, и называет новую сумму. Выигрывает тот, кто назовёт число 100. Кто из игроков может обеспечить себе победу и как ему играть?

**Задача 33н.12.** **а)** По прямой в одну сторону на равных расстояниях друг от друга движутся 5 одинаковых шариков, а навстречу им точно так же движутся ещё 5 таких же шариков. Скорости шариков равны. Любые два шарика, столкнувшись, разлетаются в противоположные стороны, не меняя скорости. Сколько всего столкновений будет между шариками? **б)** А если расстояния между первыми 5-ю шариками разные и отличаются от расстояний между 5-ю встречными шариками?

### Призовые задачи

**Задача 33н.13.** Гном выковал 11 монет, их массы — все целые числа от 1 до 11 грамм включительно. При этом 5 монет — медные, 5 — оловянные и одна — платиновая. Общая масса медных монет на 30 грамм меньше общей массы оловянных. Какова масса платиновой монеты?